

INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS DE
DISEÑO DE UN REGULADOR

Preparado por: PATRICIO FERNANDO MENDEZ
Dirigido por: Dr. RICARDO A. BASTIANON

MARZO 1991

INDICE

1. INTRODUCCION
2. PARAMETROS DE DISEÑO
3. PARAMETROS DE OPERACION
 - 3.1. Relación entre la sensibilidad y el grado de irregularidad
 - 3.2. Relación entre la sensibilidad y la pulsación natural
4. RELACION ENTRE LOS PARAMETROS DE DISEÑO Y DE OPERACION
 - 4.1. Fuerza de acción
 - 4.2. Sensibilidad
 - 4.3. Velocidad de respuesta
 - 4.4. Adimensionalización
 - 4.5. Relaciones adimensionales
 - 4.5.1. Fuerza de acción
 - 4.5.2. Sensibilidad
 - 4.5.3. Velocidad de respuesta
 - 4.5.4. Relación entre ω_0 y S
 - 4.6. Curva $\ln \omega - x$
 - 4.7. Propiedades de la curva $\ln \omega - x$
5. INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO
 - 5.1. Influencia sobre la fuerza de acción
 - 5.2. Influencia sobre la sensibilidad
 - 5.2.1. Reguladores sin resorte
 - 5.2.2. Reguladores con resorte
 - 5.2.3. Relación entre la sensibilidad antes y después de un cambio en la configuración.
 - 5.3. Influencias sobre la velocidad de respuesta
6. CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFIA

2. PARAMETROS DE DISEÑO

Son los parámetros que deben fijarse antes de emprender la construcción de un regulador. Estos parámetros definen su configuración y sus características operativas.

Estos parámetros son los indicados en la Figura 1.

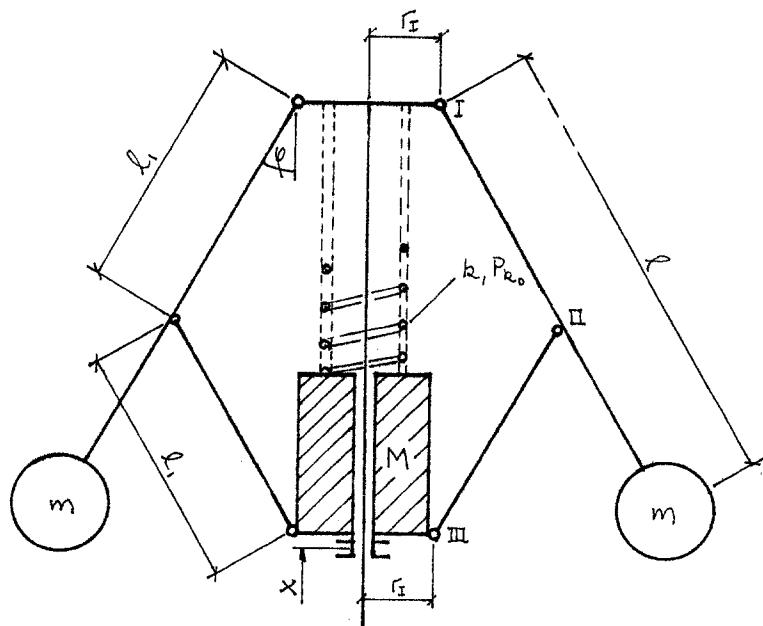


FIGURA 1

r_1 : es la distancia del gorrón I al eje de giro (puede ser negativo).

l_1 : es la distancia del baricentro de una masa giratoria al gorrón I que le corresponde.

l_2 : es la longitud de la varilla II-III

m : es la masa de los cuerpos centrífugos.

M : es la masa de la carga sobre el manguito.

k : es la constante del resorte axial.

P_{k0} : es la fuerza de compresión inicial del resorte para cuando $\varphi=0$

3. PARAMETROS DE OPERACION

Una vez elegidos los parámetros de diseño del regulador, interesa saber si éste va a poder cumplir con las exigencias requeridas. Esto significa que el regulador debe ser capaz de vencer las resistencias del sistema, y además ser sensible y veloz.

La capacidad de vencer las resistencias la indica la fuerza de acción sobre el manguito (P).

La sensibilidad se define como el cociente entre el desplazamiento del manguito referido al máximo desplazamiento posible, y una variación de la velocidad referido a la actual velocidad de giro.

$$S = \frac{\Delta X / \Delta X_{max}}{\Delta \omega / \omega}$$

La velocidad de respuesta se estima en base a la pulsación natural del regulador ω_0 , cuanto mayor sea ω_0 mayor es la velocidad de respuesta del sistema.

Nota: Se ha cambiado la vieja definición de sensibilidad, por la mencionada más arriba, que a lo largo de los estudios ha demostrado ser más adecuada.

En lo que respecta a reguladores sin resortes, este cambio no afecta su estudio, pues las curvas de $X=X(\omega)$ y de $S=S(\omega)$ solo varían en su factor de escala.

En cuanto a los reguladores de resortes, dado que P no es constante, los máximos de $S=S(\omega)$ aparecían cuando $\frac{d}{d\omega}(\omega P \frac{dx}{d\omega})=0$. Esta diferencia no es muy importante, pero con la nueva definición es posible discriminar la "fortaleza" de un regulador, dada por P , de su sensibilidad, dada por la variación de su geometría frente a un cambio de velocidad.

3.1 Relación entre la sensibilidad y el grado de regularidad

Para pequeños entornos puede definirse la sensibilidad media S_m como

$$S_m = \frac{\Delta x / \Delta X_{max}}{\Delta \ln w} \approx \frac{\Delta x / \Delta X_{max}}{\Delta \omega / \omega}$$

Si ese entorno es el comprendido entre las posiciones de funcionamiento extremas de un regulador: $S_m = \frac{(x_2 - x_1) / \Delta X_{max}}{(\omega_2 - \omega_1) / \omega_m}$
pero $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_m} = \delta$ (grado de irregularidad)

El ΔX_{max} es en éste caso,

$$\Delta X_{max} = x_2 - x_1$$

con lo que se obtiene

$$S_m = \frac{1}{\delta}$$

Esta ecuación indica una estrecha relación entre S y δ , de manera que se lo puede tomar como conceptos equivalentes, sin embargo la sensibilidad presenta la ventaja de que es independiente de las posiciones máximas y mínimas de funcionamiento, no así el grado de irregularidad.

Si se tienen los valores de S de un regulador, calculados con un ΔX_{max} arbitrario, para obtener los valores correspondientes del grado de irregularidad, primero hay que elegir un recorrido $x_2 - x_1$, entonces

$$\delta = \frac{x_2 - x_1}{\Delta X_{max}} \frac{1}{S}$$

3.2 Relación entre la sensibilidad y la pulsación natural

Si no existe amortiguamiento, el regulador oscilará alrededor de su posición de equilibrio con una pulsación natural $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Un pequeño apartamiento de la posición de equilibrio es contrarrestado por una fuerza restitutiva

$$F_{rest.} = \Delta (F - F_c) = k' \Delta y \quad (3.2-1)$$

Donde Δy es la distancia entre la posición actual y la de equilibrio, medida sobre la coordenada y .

Este apartamiento de la posición de equilibrio, también puede verse, como debido a un cambio a la velocidad de rotación a radio constante. En este caso la distancia γ será:

$$\Delta y = \frac{dy}{dx} \Delta x = \frac{dy}{dx} \Delta x_{\max} S \Delta \ln \omega \Big|_{\text{recta}} \quad (3.2 - 1)$$

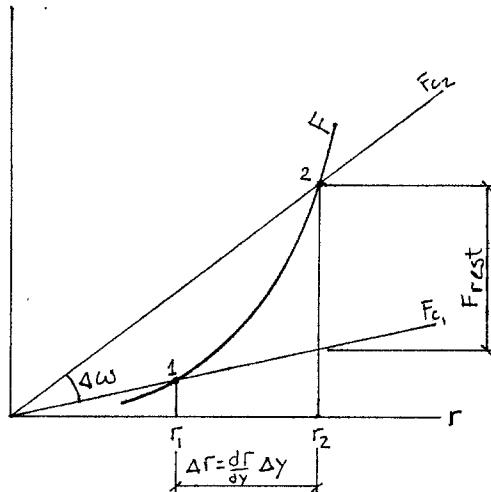


FIGURA 2

Reemplazando (3.2 - 2) en (3.2 - 1) y tomando diferenciales

$$\frac{\partial (F - F_c)}{\partial \ln \omega} \Big|_{r=\text{cte}} = k' \frac{dy}{dx} \Delta x_{\max} S$$

pero

$$F = F(r) \implies \frac{\partial F}{\partial \ln \omega} = 0$$

$$F_c = m \omega^2 r \implies \partial F_c = 2 m r \partial \omega$$

$$\text{entonces} \quad \frac{\partial (F - F_c)}{\partial \ln \omega} = 2 m \omega^2 r = 2 F_c$$

finalmente:

$$k' = \frac{2}{\frac{dy}{dx} \Delta x_{\max}} \frac{F_c}{S}$$

Por lo tanto:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{\frac{dy}{dx} \Delta x_{\max}}} \sqrt{\frac{F_c / m}{S}} \quad (3.2 - 3)$$

Se observa que cuanto más elevada sea la sensibilidad más len

ta será la respuesta del regulador, y también, que para una misma sensibilidad y configuración, la respuesta será más rápida al aumentar la velocidad.

$$\text{Si } \frac{dy}{dx} = \frac{l}{2l_1 \operatorname{sen} \varphi} \quad \Delta x_{\max} = 2l_1 \quad F_c = m\omega^2 r$$

La (3.2-3) se transforma en

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \operatorname{sen} \varphi r}{l}} \sqrt{\frac{m}{m' S}} \omega$$

4. RELACION ENTRE LOS PARAMETROS DE DISEÑO Y DE OPERACION

4.1 Fuerza de acción

Si el regulador verifica las proporciones indicadas en la Figura 1, el valor de P estará dado por:

$$P = \left[\left(M + \frac{P_k}{g} \right) + m \frac{l}{l_1} \right] g \quad (4-1)$$

donde $P_k = P_{k_0} + k X$

La deducción de esta ecuación se hace de manera similar a la manera con que se calculó P cuando no había resortes.

A su vez X está ligado con φ por medio de

$$X = 2 l_1 (1 - \cos \varphi) \quad (4-2)$$

4.2 Sensibilidad

Para obtener S hay que calcular $\frac{d\omega}{\omega}$, de la misma manera que cuando no había resortes.

$$\frac{d\omega}{\omega} = \left(\frac{1}{2 \sin \varphi \cos \varphi} - \frac{l \cos \varphi}{2 r} + \frac{l_1^2 \sin^2 \varphi k}{l \cos \varphi F} \right) d\varphi \quad (4-3)$$

Además de la (4-2) se deduce que $\Delta X_{\max} = X_{\max} = 2 l_1$,

Por lo tanto

$$\frac{X}{X_{\max}} = 1 - \cos \varphi$$

$$\frac{dX}{X_{\max}} = \sin \varphi d\varphi \quad (4-4)$$

Dividiendo la (4-4) por la (4-2) se obtiene S

$$S = \frac{1}{\frac{1}{2 \sin^2 \varphi \cos \varphi} - \frac{l \cos \varphi}{2 r \tan \varphi} + \frac{l_1^2}{l} \tan \varphi \frac{k}{F}}$$

donde $F = \left[m + \left(M + \frac{P_k}{g} \right) \frac{l_1}{l} \right] g \operatorname{tg} \varphi = P \frac{l_1}{l} \operatorname{tg} \varphi$

 $\Gamma = \Gamma_1 + l \operatorname{sen} \varphi$

Operando:

$$S = 2 \cos \varphi \frac{\frac{\Gamma_1}{l} + \operatorname{sen} \varphi}{\frac{\Gamma_1}{l} \operatorname{sen}^2 \varphi + \operatorname{sen} \varphi} \frac{1}{1 + \frac{k l_1}{P} 2 \cos \varphi \frac{\frac{\Gamma_1}{l} + \operatorname{sen} \varphi}{\frac{\Gamma_1}{l} \operatorname{sen}^2 \varphi + \operatorname{sen} \varphi}} \quad (4-5)$$

Se observa que el último factor vale 1 en el caso en que $k=0$. Por lo tanto éste factor da una idea de la variación de la sensibilidad en un regulador, al ponerle un resorte. Llamaremos C_s a éste factor.

Según se puede apreciar en la ecuación (4-5) la sensibilidad disminuye cuando se le pone un resorte a un regulador de pesos, o al aumentar el k del resorte en uno de los resortes.

Por ejemplo:

$$l_1 = 0,079 \text{ m}$$

$$l = 0,133 \text{ m}$$

$$P = 10 \text{ N}$$

$$k = 50 \text{ N/m}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

Sin resorte:

$$S = 1,19$$

Con resorte:

$$C_s = 0,68$$

$$S = 0,81$$

Tal como lo indica C_s , la sensibilidad con el resorte es un 68% de la sensibilidad sin él.

Los puntos estáticos varían su posición al agregar un resorte o variar el k del existente. Estarán situados en los puntos que satisfagan la siguiente ecuación, que se obtiene de igualar a cero el denominador de la (4-5) una vez factoreada.

$$\Gamma_1 = -l \operatorname{sen}^3 \varphi - 2 \frac{k l_1}{P} \Gamma \cos \varphi \operatorname{sen}^2 \varphi \quad (4-6)$$

El primer término del segundo miembro de la (4-6) indica el lugar de los puntos estáticos si el regulador no tiene resorte.

4.3 Velocidad de respuesta

La velocidad de respuesta de un regulador está dada por su pulsación natural ω_0 .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k'}{m'}}$$

Si se desprecia la masa de los resortes, m' se calculará de la misma manera que si no los hubiera

$$m' = m + 2M \left(\frac{l_1}{l} \sin \varphi \right)^2$$

Para el cálculo de k' debe tenerse en cuenta que el resorte provoca dos efectos: - Aumenta la fuerza sobre el manguito, de manera similar a un aumento de la masa M

- Provoca una variación de P al variar su ángulo de apertura.

Por definición:

$$k' = \frac{\partial (F - F_c)}{\partial r} \cos^2 \varphi$$

Operando se puede llegar a

$$k' = \frac{dF}{dr} \cos^2 \varphi - \frac{F}{r} \cos^2 \varphi$$

Si no hay resortes:

$$k' = \left(m + \frac{M l_1}{l} \right) \frac{g}{l} \frac{1}{\cos \varphi} \frac{1}{1 + \frac{l}{r_1} \sin \varphi}$$

Si se le agrega el primero de los efectos mencionados:

$$k' = \left[m + \left(M + P_k \right) \frac{l_1}{l} \right] \frac{g}{l} \frac{1}{\cos \varphi} \frac{1}{1 + \frac{l}{r_1} \sin \varphi}$$

donde $P_k = P_{k_0} + k_x$ es la fuerza que el resorte ejerce sobre el manguito.

Para calcular el segundo de los efectos, se reducirá a la coordenada y la constante del resorte que actúa en la coordenada x .

$$k_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 k$$

El factor $\frac{1}{2}$ se debe a que la constante elástica del resorte debe repartirse entre los dos brazos del regulador.

Además: $\frac{dx}{dy} = 2 \operatorname{sen} \varphi$

Por lo tanto

$$k' = \left[m + (M + P_k) \frac{l}{l} \right] \frac{g}{l} \frac{1}{\cos \varphi} \frac{1}{1 + \frac{l}{l_{\Gamma_I}} \operatorname{sen} \varphi} + 2 \operatorname{sen}^2 \varphi \cdot k$$

Se observa que para valores de φ cercanos a 45° el valor de k influye directamente sobre k' , pues $2 \operatorname{sen}^2 \varphi \approx 1$.

4.4 Adimensionalización

Es posible simplificar las ecuaciones anteriores adimensionalizándolas.

Para ello se usarán como parámetros de referencia:

m : para las masas

l : para las longitudes

mg : para las fuerzas

De lo anterior se desprende que los tiempos se adimensionalizarán con

$\sqrt{\frac{l}{g}}$: para los tiempos

A las magnitudes adimensionalizadas, se las escribirá con un asterisco.

Los parámetros de diseño serán ahora:

$$\Gamma_I^* = \Gamma_I/l$$

$$l_1^* = l_1/l$$

$$M^* = M/m$$

$$k^* = k \cdot l / mg$$

$$P_{k_0}^* = P_{k_0} / mg$$

Ahora hay dos parámetros menos, pues

$$m^* = 1$$

$$l^* = 1$$

En cuanto a los parámetros de operación, la sensibilidad es número adimensional, la fuerza de acción sera $P^* = P/mg$

y la pulsación natural $\omega_0^* = \omega_0 \sqrt{\frac{l}{g}}$

4.5 Relaciones adimensionales

La relación entre los parámetros de diseño y de operación adimensionalizados será:

4.5.1 Fuerza de acción

$$P^* = M^* + P_k^* + \frac{1}{l_1^*}$$

donde $P_k^* = P_{k_0}^* + k^* x^*$

A su vez x^* está ligado con φ por medio de

$$x^* = 2 l_1^* (1 - \cos \varphi)$$

4.5.2. Sensibilidad

$$S^* = S$$

a su vez

$$S^* = \frac{\Delta x^*/x_{\max}^*}{\Delta \omega^*/\omega^*}$$

operando

$$S^* = 2 \cos \varphi \frac{\frac{r_I^*}{l_1^*} + \operatorname{sen} \varphi}{\frac{r_I^*}{\operatorname{sen}^2 \varphi} + \operatorname{sen} \varphi} C_S$$

$$C_S = \frac{1}{1 + \frac{k^* l_1^*}{P^*} 2 \cos \varphi \frac{\frac{r_I^*}{l_1^*} + \operatorname{sen} \varphi}{\frac{r_I^*}{\operatorname{sen}^2 \varphi} + \operatorname{sen} \varphi}}$$

Los puntos estáticos estarán:

$$r_I^* = -\operatorname{sen}^3 \varphi - 2 \frac{k^* l_1^*}{P^*} r^* \cos \varphi \operatorname{sen}^2 \varphi$$

4.5.3 Velocidad de respuesta

$$\omega_0^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$

donde

$$m^* = 1 + 2 M^* (l_1^* \operatorname{sen} \varphi)^2$$

$$k^* = \left[1 + (M^* + P_k^*) l_1^* \right] \frac{1}{\cos \varphi} \frac{1}{1 + \frac{\operatorname{sen} \varphi}{r_I^*}} + 2 \operatorname{sen}^2 \varphi k^* \quad (4.5-1)$$

4.5.4 Relación entre ω_0 y S

$$\omega_0^* = \sqrt{2 r^* \operatorname{sen} \varphi} \frac{\omega^*}{\sqrt{m^* S^*}} \quad (4.5-2)$$

4.6 Curva $\ln w - X$

Consiste en graficar los valores de $\frac{X}{X_{\max}}$ de un regulador, en función de la velocidad de rotación, en escala logarítmica.

Este gráfico es muy útil en el análisis de la influencia de los parámetros de diseño en las condiciones operativas del regulador, especialmente en su sensibilidad, pues de acuerdo con su definición, S es proporcional a la pendiente de la curva.

La pendiente de esta curva continua indicando la sensibilidad aún si se adimensionalizan X y w .

$$S = \frac{w}{\Delta X_{\max}} \frac{dx}{dw} = \frac{w^* \sqrt{\frac{g}{\ell}} dx^* \ell}{\Delta X_{\max}^* \ell dw^* \sqrt{\frac{g}{\ell}}} = \frac{w^* dx^*}{\Delta X_{\max}^* dw^*}$$

En la Figura 3 se ve la curva de $\ln w - X$ para el regulador 55303 de la Facultad de Ingeniería, U.B.A. y debajo de ella la curva de $S = S(\ln w)$ correspondiente.

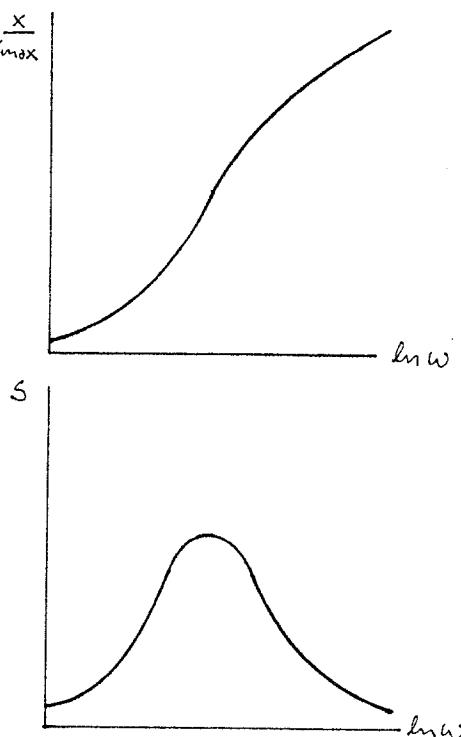


FIGURA 3

4.7 Propiedades de la curva $\ln w - X$

Para cada configuración de un regulador, dada por φ , el análisis de las fuerzas actuantes es un análisis estático, con relaciones lineales entre causas y efectos.

Para cada punto de equilibrio

$$F = F_c$$

como $F_c = m \omega^2 r$

$$F = m \omega^2 r \quad (4.7 - 1)$$

Además:

$$F = P \frac{dx}{dr} = P 2 \frac{l_1}{l} \operatorname{tg} \varphi$$

Reemplazando en la (4.7 - 1) y despejando ω^2

$$\omega^2 = \frac{2 \frac{l_1}{l} \operatorname{tg} \varphi P}{m r}$$

Tomando logaritmos en ambos miembros

$$2 \ln w = \ln \left(\frac{l_1}{l} \frac{P}{m r} \right) + \ln (2 \operatorname{tg} \varphi)$$

Si se suponen variaciones con $\varphi = \text{cte}$

$$2 \Delta \ln w = \Delta \ln \left(\frac{l_1}{l} \frac{P}{m r} \right) \quad (4.7 - 2)$$

La ecuación (4.7 - 2) indica que para iguales valores de $\frac{X}{\Delta X_{\max}}$ la velocidad correspondiente variará, de manera que la curva se desplazará hacia la derecha o hacia la izquierda.

Si varía alguno de los parámetros de diseño, de tal manera que el segundo miembro de la (4.7 - 2) permanezca constante para cualquier valor de $\frac{X}{\Delta X_{\max}}$, la nueva curva obtenida será paralela a la original, y desplazada hacia uno de los costados.

Este último caso se dá al variar $m, l, M, \delta l$, en reguladores de pesos.

La (4.7 - 2) se puede expresar adimensionalmente como:

$$2 \Delta \ln w^* \sqrt{\frac{g}{l}} = \Delta \ln \frac{l_1^* P^* g}{r^* l}$$

$$2\Delta \ln w^* + \Delta \ln \frac{g}{\ell} = \Delta \ln \frac{\ell^* P^*}{r^*} + \Delta \ln \frac{g}{\ell}$$

$$2\Delta \ln w^* = \Delta \ln \frac{\ell^* P^*}{r^*}$$

(4.7-3)

Es importante destacar nuevamente que estas variaciones responden a variaciones en los parámetros de diseño, pero manteniendo $\frac{\Delta \ln w^*}{\Delta X_{max}}$ constante.

En cuanto a la velocidad de respuesta, la ecuación (4.5-1) indica que si la curva de $\ln w^*$ se desplaza hacia la derecha, la velocidad de respuesta aumentará si m' aumentó en menor proporción que ω^{*2} , y disminuirá en caso contrario. Si el desplazamiento de la curva se consigue aumentando P_{k_0} , m' será constante, y la velocidad de respuesta aumentará.

5. INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO

5.1. Influencia sobre la fuerza de acción

En el caso de reguladores sin resortes, mientras respondan al modelo general de la Figura 1, P^* no varía con el desplazamiento del manguito.

$$P^* = M^* + \frac{1}{l_1^*}$$

Si el regulador tiene un resorte de acuerdo con la Figura 1, P^* variará linealmente con el desplazamiento del manguito.

$$P^* = M^* + \frac{1}{l_1^*} + P_{k_0}^* + k^* x^*$$

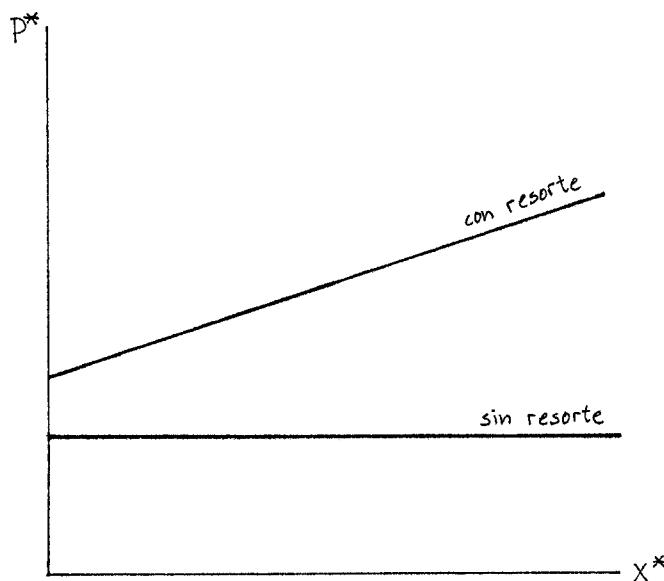


FIGURA 4

5.2. Influencia sobre la sensibilidad

5.2.1. Reguladores sin resorte

Si no se varía Γ^* , para iguales ángulos de apertura Γ^* será el mismo, por lo tanto al realizar cambios de configuración, $\Delta \Gamma^* = 0$, P^* es constante. Por lo tanto, la (4.7-3) quedará.

$$\Delta \ln \omega = \frac{1}{2} \Delta \ln (1 + M^* l_1^*) \quad (5.2.1)$$

La (5.2.1) indica que al aumentar $M^* \ell_i^*$ la curva se desplazará paralelamente hacia la derecha, lo que significa que el regulador girará más rápido, pero con igual sensibilidad.

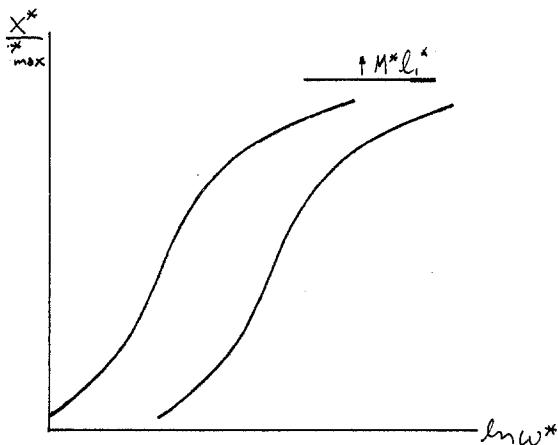


FIGURA 5.

Si se varía Γ_i^* , por ejemplo disminuyéndolo, se observa en este caso que la curva se desplaza a la derecha pero no paralelamente, pues a mayores valores de Γ_i^* , $\Delta \ln \Gamma_i^*$ es menor. Esto significa que la curva estará más empinada, o sea, el regulador será más sensible.

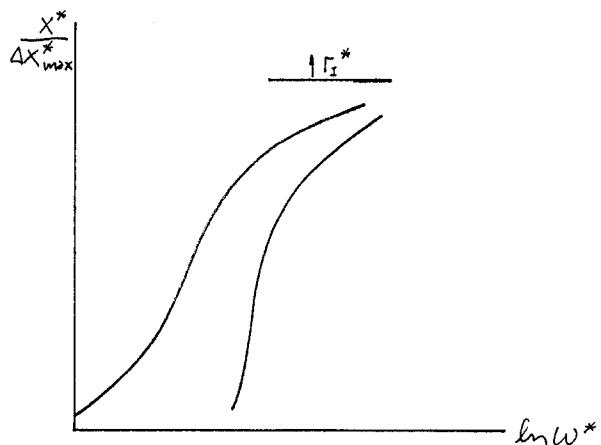


FIGURA 6

5.2.2. Reguladores con resorte

En este caso, P^* aumenta al abrirse el regulador, y si ξ^* no se varía, la curva se desplazara hacia la derecha respecto del caso sin resortes, pero $\Delta \ln \omega^*$ es mayor a medida que el regulador se abre, por lo tanto, disminuye la sensibilidad.

Esta disminución será mayor cuanto mayor sea la constante del resorte.

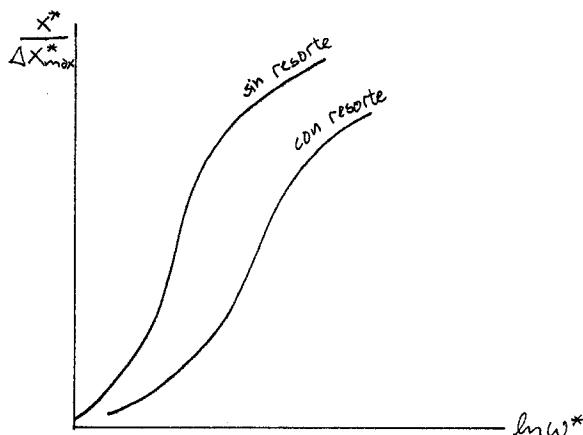


FIGURA 7

El efecto de una variación de ξ^* es el mismo que en el caso sin resortes.

5.2.3. Relación entre la sensibilidad antes y después de un cambio en la configuración.

Si se modifica el valor de alguno de los parámetros de diseño, con la (4.7.3) se puede calcular la variación en la velocidad de giro para un mismo ángulo de apertura. Esta variación será $\Delta \ln \omega^*$.

Así vez, si los estados anteriores y posteriores al cambio son 1 y 2 :

$$\ln \omega_2^* = \ln \omega_1^* + \Delta \ln \omega^*$$

derivando respecto de X , y multiplicando por ΔX_{\max}

$$\Delta x_{\max} \frac{d \ln w^*}{dx} = \Delta x_{\max} \frac{d \ln w^*}{dx} + \Delta x_{\max} \frac{d(\Delta \ln w^*)}{dx}$$

$$\frac{1}{S_2} = \frac{1}{S_1} + \Delta x_{\max} \frac{d(\Delta \ln w^*)}{dx} \quad (5.2.2)$$

La (5.2.2) permite calcular la nueva sensibilidad.

Se podrá predecir la aparición de un punto estático cuando:

$$\Delta x_{\max} \frac{d(\Delta \ln w^*)}{dx} = -\frac{1}{S}$$

5.3. Influencia sobre la velocidad de respuesta

El tratamiento análtico en este caso es sumamente complicado, y es conveniente efectuar el análisis mediante la observación de gráficos.

Si embargo, la influencia de ℓ^* en un regulador sin resorte puede ser analizada simplemente.

Si al variar M^* , el regulador pasa de una configuración 1 a una configuración 2, $S_2^* = S_1^*$, y de la (4.5.2) se desprende:

$$\frac{w_{02}^*}{w_{01}^*} = \frac{\frac{w_2^*}{w_1^*}}{\sqrt{\frac{m_2^*}{m_1^*}}} \quad (5.3.1)$$

$$\text{de la (5.2-1)} \quad \frac{w_2^*}{w_1^*} = \sqrt{\frac{1 + (M^* \ell_1^*)_2}{1 + (M^* \ell_1^*)_1}} \quad (5.3.2.)$$

$$\text{de la (4.5-1)} \quad \frac{m_2^*}{m_1^*} = \frac{1 + (M^* \ell_1^*)^2}{1 + (M^* \ell_1^*)^2} \frac{2 \sin^2 \varphi}{2 \sin^2 \varphi} \quad (5.3.3)$$

Como siempre, los cambios de configuración son para una misma apertura del regulador.

La combinación de las (5.3.1), (5.3.2.) y (5.3.3) indica que la velocidad de respuesta será independiente del valor de M^* cuando

$$l_1^* 2 \sin^2 \varphi = 1$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{2 l_1^*}}$$

Para valores de φ mayores que este, la velocidad de respuesta disminuirá al aumentar M^* , y viceversa.

Variando los otros parametros de diseño este angulo φ de máxima ω_n^* es variable.

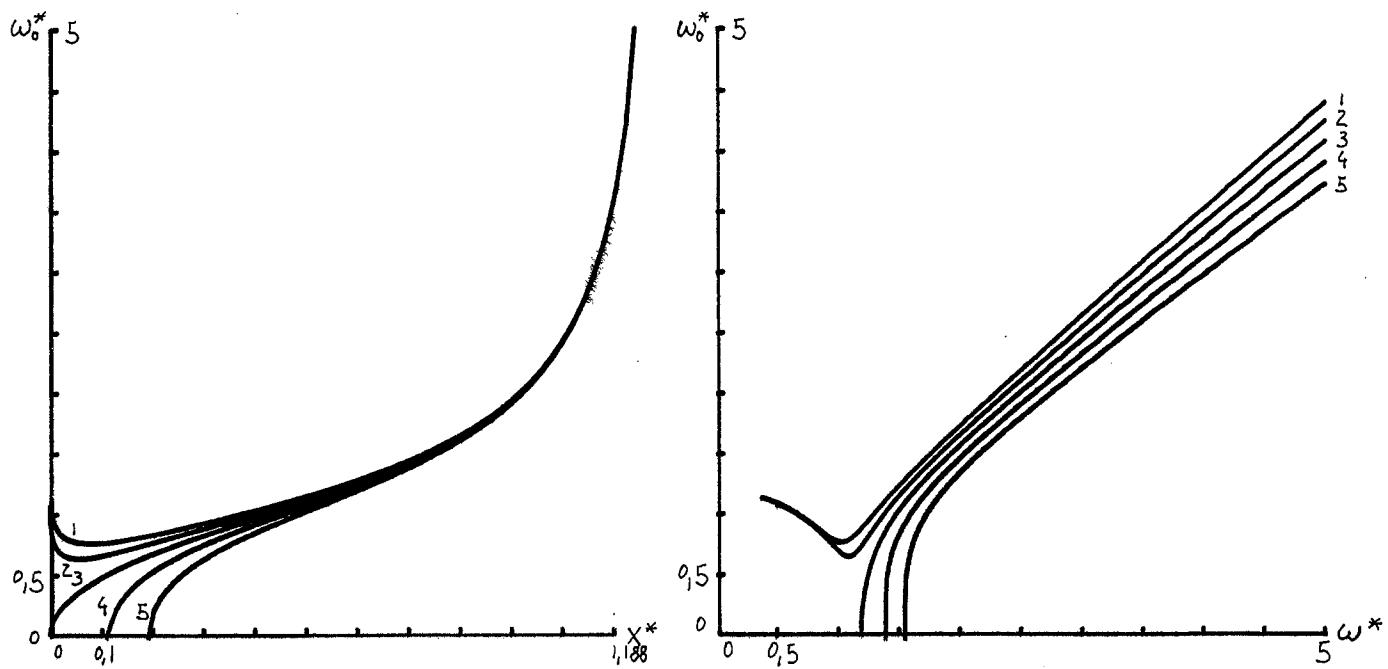


FIGURA 8
parámetro r_i^*

r_i^* = parámetro

$l_i^* = 0,5940$

$M^* = 0,7064$

$k^* = 0$

$P_{R_0}^* = 0$

$\varphi \in [1;89]$

curva 1 : $r_i^* = 0,1617$

curva 2 : $r_i^* = 0,08085$

curva 3 : $r_i^* = 0$

curva 4 : $r_i^* = -0,08085$

curva 5 : $r_i^* = -0,1617$

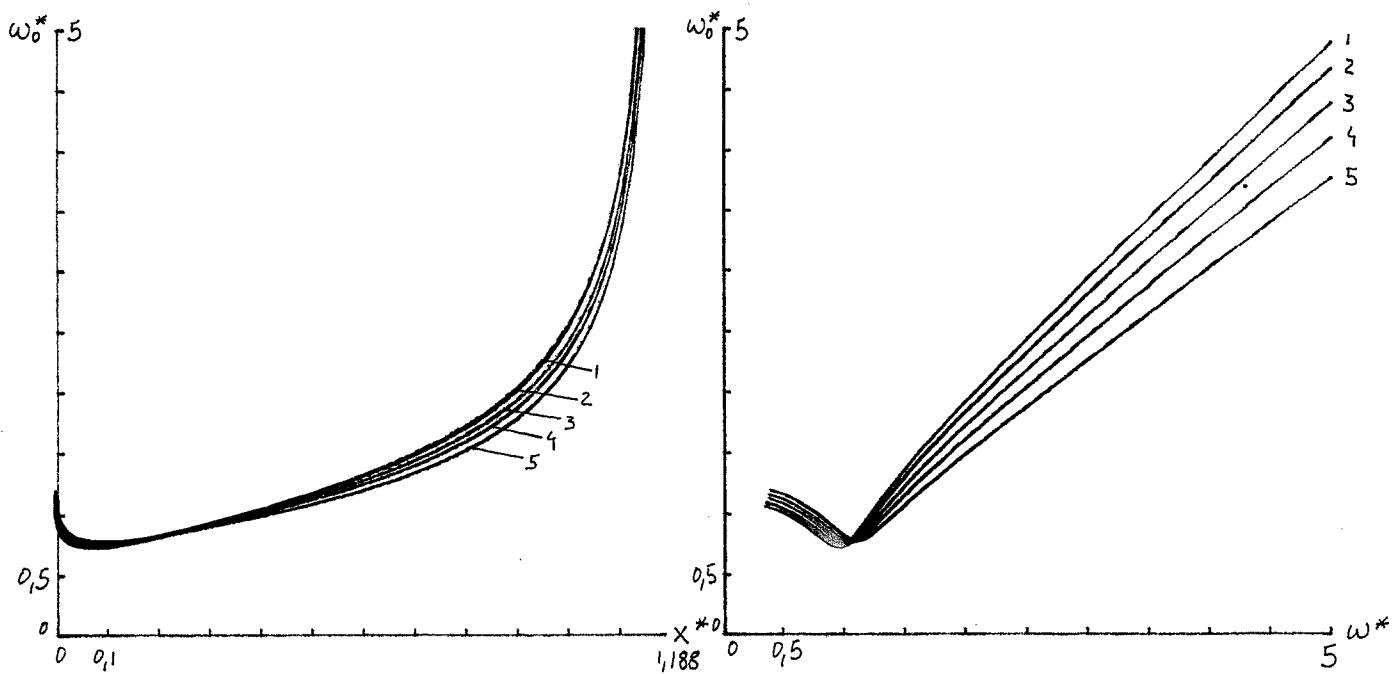


FIGURA 9
parámetro ℓ_1^*

$$\Gamma_1^* = 0,1617$$

ℓ_1^* = parámetro

$$M^* = 0,7064$$

$$k^* = 0$$

$$P_{k_0}^* = 0$$

$$\ell \in [1;89]$$

$$\text{curva 1 : } \ell_1^* = 0,38016$$

$$\text{curva 2 : } \ell_1^* = 0,4752$$

$$\text{curva 3 : } \ell_1^* = 0,5940$$

$$\text{curva 4 : } \ell_1^* = 0,7128$$

$$\text{curva 5 : } \ell_1^* = 0,85536$$

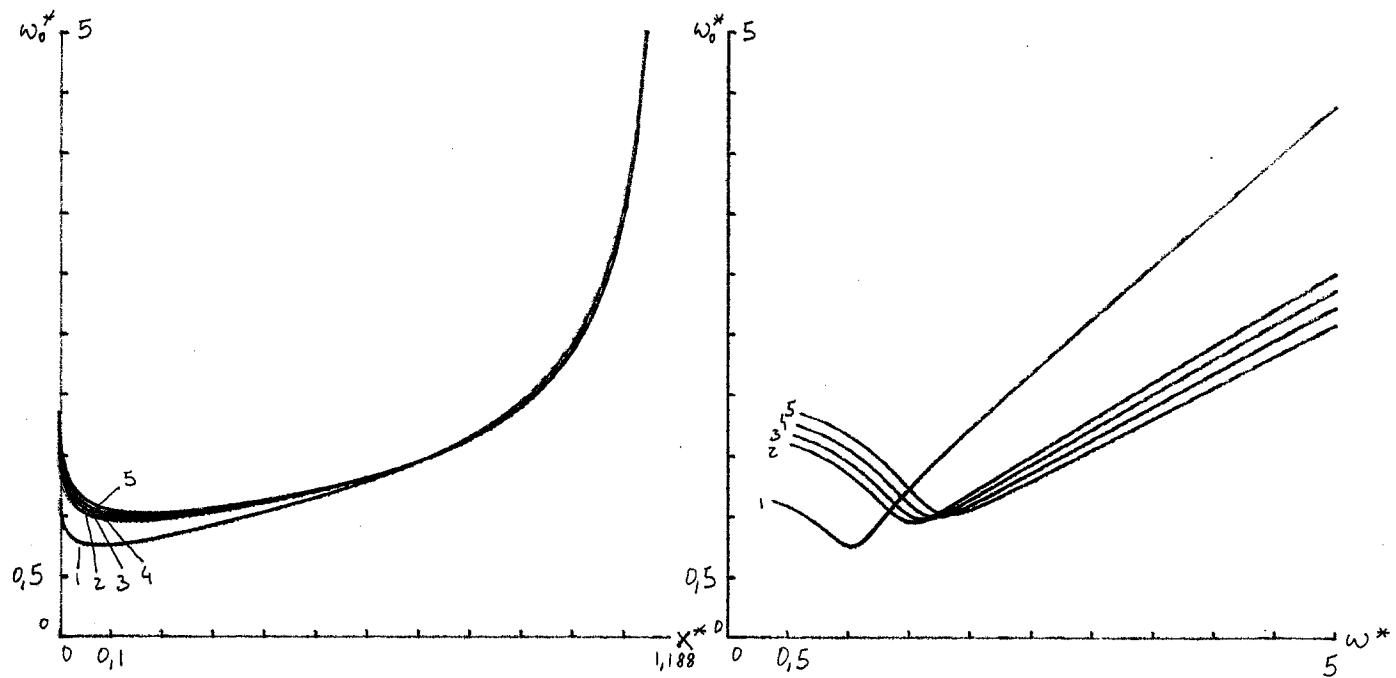


FIGURA 10
parámetro M^*

$$\begin{aligned}
 \Gamma^* &= 0,1617 \\
 \ell_1^* &= 0,5940 \\
 M^* &= \text{parámetro} \\
 k^* &= 0 \\
 P_{k_0}^* &= 0 \\
 \varphi &\in [1;89]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{curva 1 : } M^* &= 0 \\
 \text{curva 2 : } M^* &= 3,0963 \\
 \text{curva 3 : } M^* &= 3,5485 \\
 \text{curva 4 : } M^* &= 4,0862 \\
 \text{curva 5 : } M^* &= 4,7257
 \end{aligned}$$

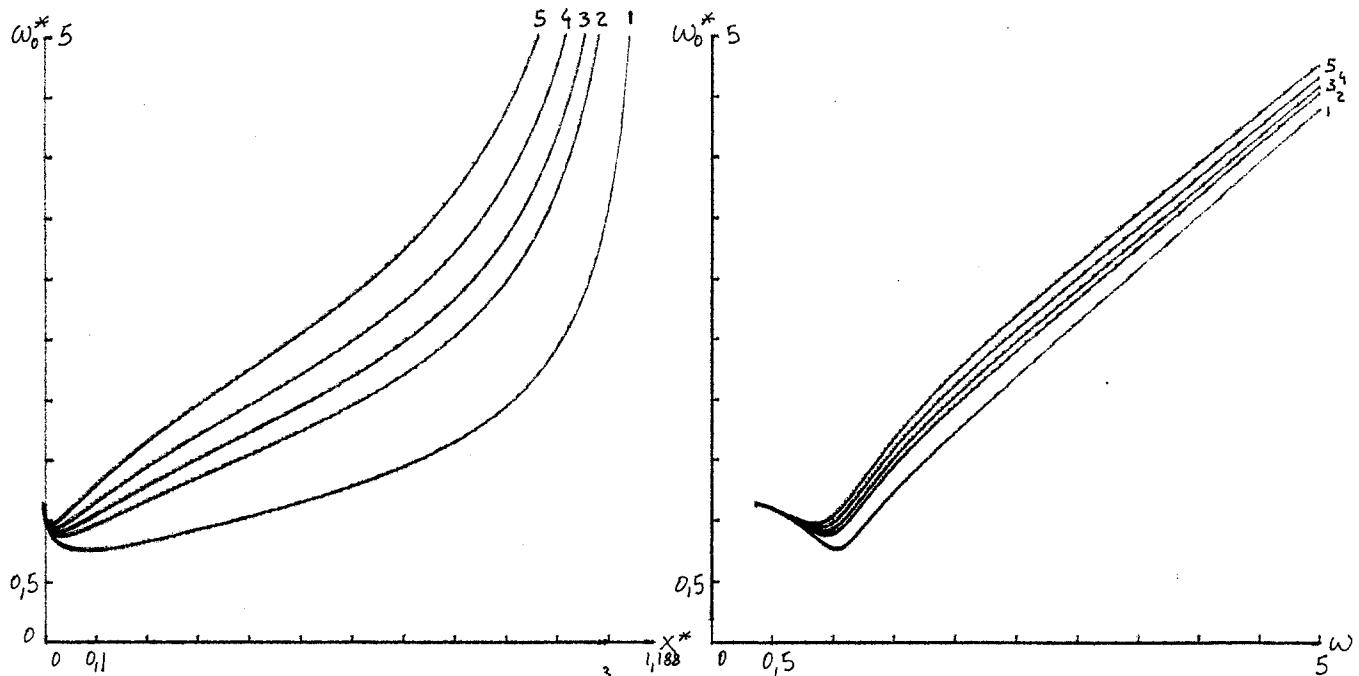


FIGURA 11
parámetro k^*

$$r_x^* = 0,1617$$

$$l_i^* = 0,5940$$

$$M^* = 0,7064$$

k^* = parámetro

$$P_{R_0}^* = 0$$

$$\varphi \in [1;89]$$

$$\text{curva 1 : } k^* = 0$$

$$\text{curva 2 : } k^* = 2,6823$$

$$\text{curva 3 : } k^* = 3,8685$$

$$\text{curva 4 : } k^* = 5,5793$$

$$\text{curva 5 : } k^* = 8,0468$$

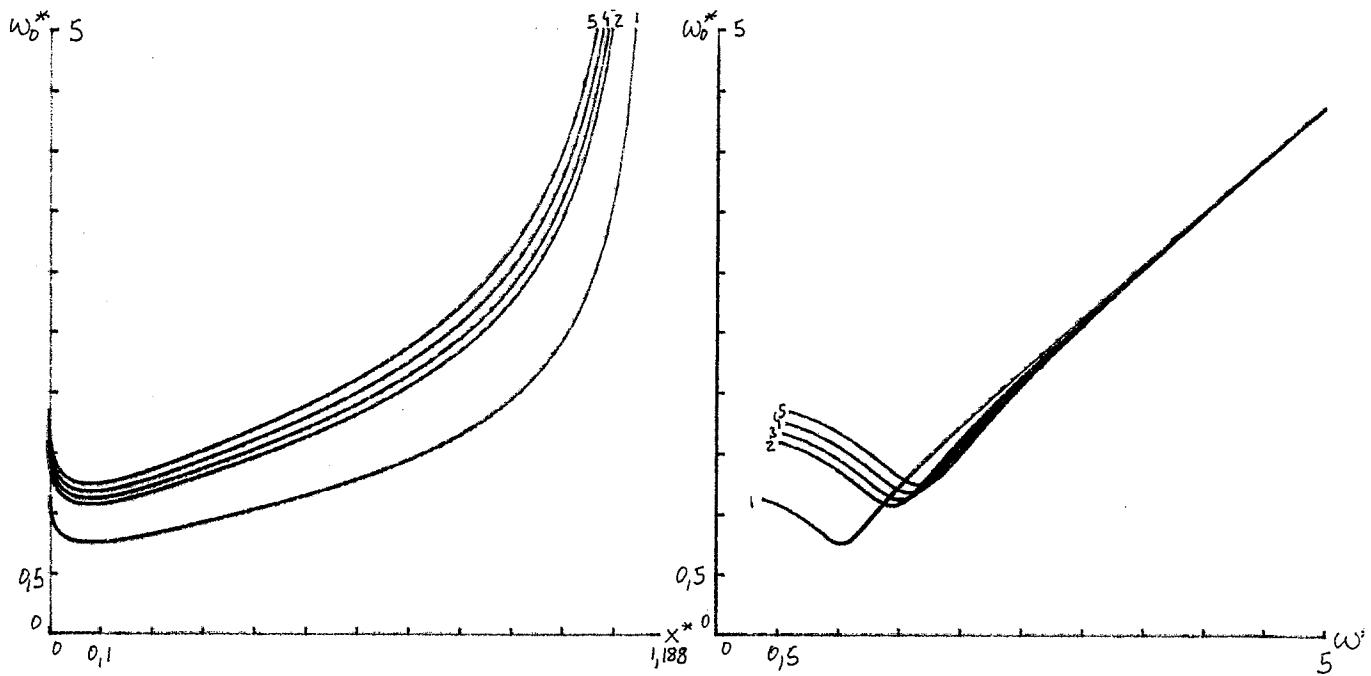


FIGURA 12

parámetro $P_{k_0}^*$

$$\Gamma_1^* = 0,1617$$

$$\ell_1^* = 0,5940$$

$$M^* = 0,7064$$

$$k^* = 0$$

$$P_{k_0}^* = \text{parámetro}$$

$$\ell \in [1;89]$$

$$\text{curva 1 : } P_{k_0}^* = 0$$

$$\text{curva 2 : } P_{k_0}^* = 2,3899$$

$$\text{curva 3 : } P_{k_0}^* = 2,8421$$

$$\text{curva 4 : } P_{k_0}^* = 3,3798$$

$$\text{curva 5 : } P_{k_0}^* = 4,0193$$

6. CONCLUSIONES

En esta etapa de la investigación se hizo un profundo análisis del comportamiento de los reguladores centrífugos de acción directa usados ampliamente. Se ha establecido un modelo matemático, y sobre él se han definido los parámetros de diseño, que son los que determinan la configuración del regulador, y los parámetros de operación, que son los que caracterizan su funcionamiento. También se han establecido las relaciones existentes entre las dos familias de parámetros. En este aspecto se ha propuesto el procedimiento novedoso de la curva $\ln w_x$, por medio de la cual es posible analizar la sensibilidad de un regulador frente a cambios en los parámetros de diseño. Finalmente se hace un estudio demostrativo de la influencia de los parámetros de diseño en la velocidad de respuesta del regulador.

Teniendo en cuenta este trabajo es posible encarar el diseño o reforma de un regulador centrífugo similar al estudiado, alcanzando las cualidades requeridas previamente.

BIBLIOGRAFIA

1. Mendez, P., "Conceptos del funcionamiento de los reguladores centrifugos de velocidad" Fac. de Ingenieria, UBA Dic. 1988