

VERIFICACIONES EXPERIMENTALES DE LAS PREDICCIONES  
TEORICAS ACERCA DEL COMPORTAMIENTO ESTACIONARIO  
Y TRANSITORIO DE UN REGULADOR CENTRIFUGO

Preparado por: Patricio F. Mendez  
Dirigido por: Dr. Ricardo A. Bastianon

DICIEMBRE 1989

## INDICE

## NOMENCLATURA

## 0. INTRODUCCION

## 1. ELEMENTOS

## 2. PROCEDIMIENTO

## 2.1. Mediciones previas

## 2.2. Medición de la fuerza de acción

2.3. Medición de  $X$  en función de  $\omega$ 

## 3. PREDICCIONES TEORICAS

## 3.1. Características del regulador

## 3.2. Ecuaciones

## 4. CONTRASTACION

4.1. Primera contrastación entre las predicciones  
teóricas y las mediciones experimentales.

## 4.2. Cálculo de las masas parásitas

## 4.3. Cálculos corregidos y verificación

4.4. Obtención de los valores de  $P$ ,  $k$  y  $P_{k_0}$ 

## 5. OBSERVACIONES DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO

## 5.1. Procedimiento

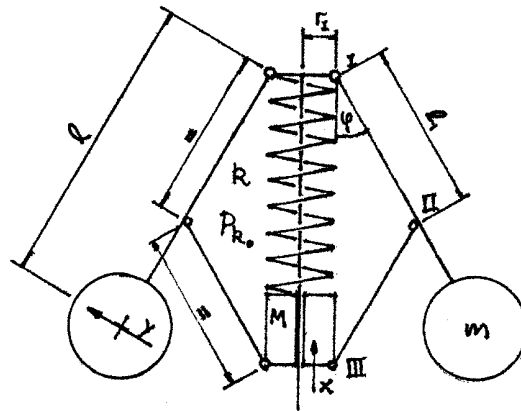
## 5.2. Simulaciones del comportamiento dinámico

## 5.3. Observaciones con otras masas y con resorte

## 6. CONCLUSIONES

## REFERENCIAS

## NOMENCLATURA



Esquema de un  
regulador

Figura 1

## Esquema de un regulador

Símbolo	Unidad	
$P$	N	Fuerza de acción
$x$	m	Coordenada de acción
$F$	N	Fuerza de control
$F_c$	N	Fuerza centrífuga
$r$	m	Radio de rotación de las masas centrífugas
$\varphi$	Grados	Apertura del regulador
$m$	Kg	Masa centrífuga
$M$	Kg	Masa del manguito
$k$	N/m	Constante elástica del resorte
$P_{k_0}$	N	Carga del resorte para $x=0$
$R$	N	Fuerza de fricción total medida en la coordenada $x$
$\omega$	rad/S	Velocidad de rotación del regulador
$n$	rpm	Idem
$g$	m/S <sup>2</sup>	Aceleración de la gravedad.
$\alpha$	Grados	Angulo de inclinación del eje del regulador respecto de la vertical.
$m_p$	Kg	Masa parásita de la masa $m$
$M_p$	Kg	Masa parásita en el manguito
$x_1$	m	Altura mínima del manguito
$x_2$	m	Altura máxima del manguito
$\varphi_1$	Grados	Apertura mínima del regulador
$\varphi_2$	Grados	Apertura máxima del regulador
$m'_y$	Kg	Totalidad de las masas en juego reducidas a la coordenada $y$
$m'_x$	Kg	Idem, pero en la coordenada $x$
$k'_x$	Kg	Constante elástica equivalente en la coordenada $x$
$k'_y$	Kg	Idem, pero en la coordenada $y$
$\varepsilon$	—	Grado de insensibilidad del regulador
$x_r$	m	Posición de equilibrio a la velocidad $\omega$

Una profunda explicación del significado de cada una de las magnitudes anteriormente citadas se encuentra en Ref.1.

## 0. INTRODUCCION

En esta etapa se han realizado mediciones experimentales sobre un regulador centrífugo, desvinculado del motor, en régimen permanente, es decir girando a velocidad constante y sin oscilaciones, y en régimen transitorio durante el arranque del motor.

Por medio de estas experiencias se han verificado las predicciones teóricas acerca del comportamiento de un regulador (Ref. 1) en las condiciones mencionadas. La coincidencia entre los valores experimentales, y las teóricas fue casi exacta.

El regulador usado, fue prestado por el Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UBA, y es del tipo de Watt (sin resortes, ni carga en el manguito), y fue ensayado sobre el banco de pruebas del Laboratorio de Energía Eólica del Servicio Naval de Investigación y Desarrollo (SENID).

Se han realizado dos clases de mediciones. Una fue de la fuerza de acción  $P$ , para distintos valores de altura del manguito  $X$ , con el regulador detenido. Otra fue del valor de  $X$ , para diferentes valores de velocidad de rotación  $\omega$  del regulador. Ambas series de mediciones se realizaron con tres tipos diferentes de masas giratorias, y sin ellas; con un resorte adicional, y sin él, y además, se realizaron mediciones de  $X$  en función de  $\omega$ , con el regulador con resorte y en posición horizontal.

La evolución durante el régimen transitorio se comprobó cualitativamente, y con ayuda del programa DINAL (Ref.2) se pudo aclarar por qué, y de qué manera un regulador sin amortiguadores no permanece oscilando indefinidamente.

## 1. ELEMENTOS

- 2 masas de 0,111 kg.
- 2 masas de 0,170 kg.
- 2 masas de 0,380 kg.
- regulador de *bolas* (número de inventario B5303)
- plataforma de montaje con soportes para el motor y el regulador.
- polea y correa
- motor CIMBE de corriente continua de excitación independiente

Tipo C.1500

11 kw 15CV 1500 rpm

excit. indep. 190V 1,8A

armadura 440V 30A

- cronómetro a la centésima de segundo CITIZEN
- variador electrónico de velocidad PUIDO ARTIN

Modelo EB Tipo 15T

Motor CC tensión 440V 30A

Potencia: máx. 15 HP

mín. 1,5 HP

Velocida: máx. 1500 rpm

mín. 150 rpm

- calibre MITUTOYO de 30 cm., apreciación 0,02 mm.
- balanza TERRAILLON, rango 0-10 kg., precisión 1 g.
- cuentavueltas por tornillo sin fin y corona giratoria marcada.
- celda de carga REACCION, rango 0-10 kg., precisión más o menos 5 g.
- indicador de strain-gange DAYTRONIC, resolución 1 g.
- puente grúa
- trípode
- resorte y grampa

Con el fin de abreviar las denominaciones, a las masas de 0,111 kg. se las llamará VB, a las de 0,170 y 0,380, PB y BB respectivamente y cuando el regulador funcione sin masas será la condición SB.

## 2. PROCEDIMIENTO

### 2.1. Mediciones previas

Se pesaron las diferentes masas en la balanza. Se tomaron las medidas del regulador con el calibre, dado que el regulador tiene una aguja que se mueve junto con el manguito, se le adicionó una escala graduada de manera de poder leer en ella la posición del manguito  $X$ . En esta etapa se calibró esta escala con ayuda del calibre.

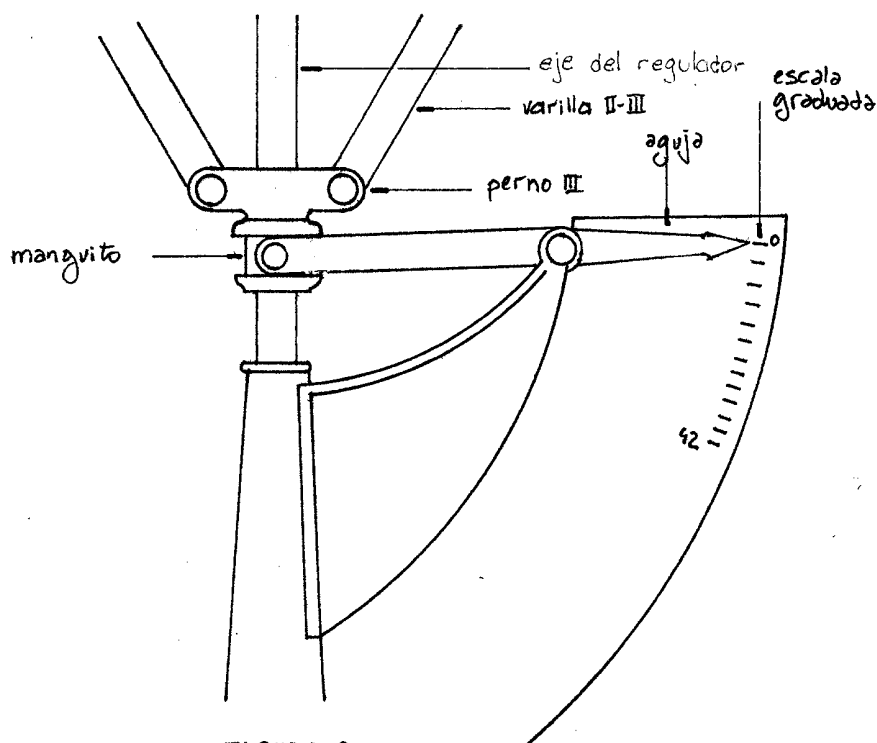


FIGURA 2

La escala tiene una marca cada cinco milímetros, e indica cuando el manguito toca el tope inferior y 42 cuando el manguito se eleva 42 mm. tocando el tope superior la relación entre la lectura de la aguja  $X_{ag}$  y el valor de  $X$  es



$$X[m] = \frac{X_{ag}[mm] - 26}{1000}$$

$$X = 0 \quad \text{cuando} \quad \varphi = 0$$

## 2.2. Medición de la fuerza de acción

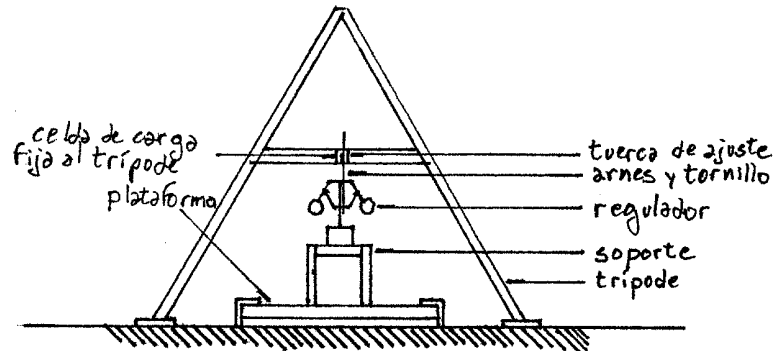


FIGURA 3  
montaje de la experiencia

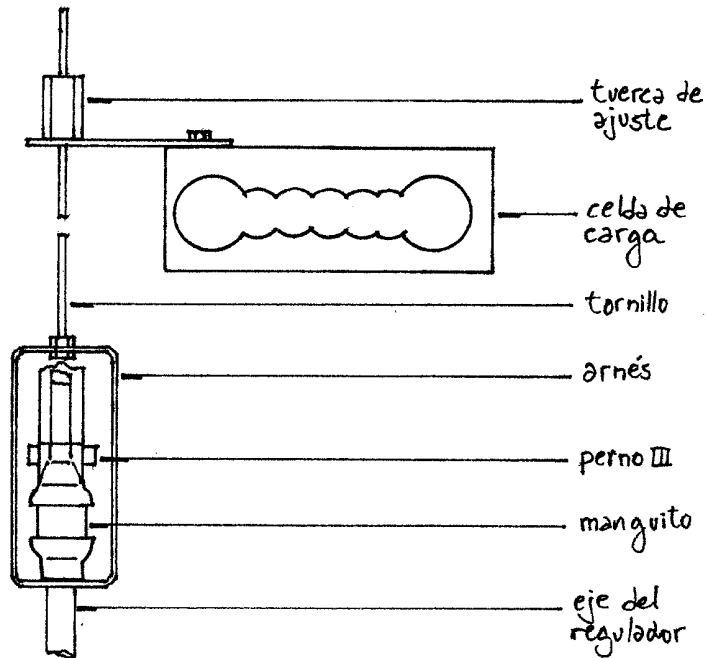


FIGURA 4  
Detalle de la celda de carga

Girando la tuerca de ajuste, se eleva o desciende el manguito y luego se lee el valor de  $X$  sobre la escala graduada y 20 segundos más tarde, el valor de la fuerza  $P$  en el indicador de Strain-Gange. Este proceso se realizó variando  $X$  de a 5 mm., realizando el recorrido del manguito en subida y en bajada, de manera de poner en evidencia las fuerzas de fricción actuantes.

Para obtener valores concretos de la fuerza de acción, se trazaron rectas de aproximación a través de los valores medidos y graficados, obteniéndose los valores de  $P+R$  y  $P-R$  para cada valor de . El valor de se calculó promediando dos medidas en subida y dos medidas en bajada del manguito.

Las mediciones citadas se efectuaron con el regulador con y sin resorte, con las tres diferentes masas, y sin masas, siempre en posición vertical.

### 2.3. Medición de $X$ en función de $\omega$

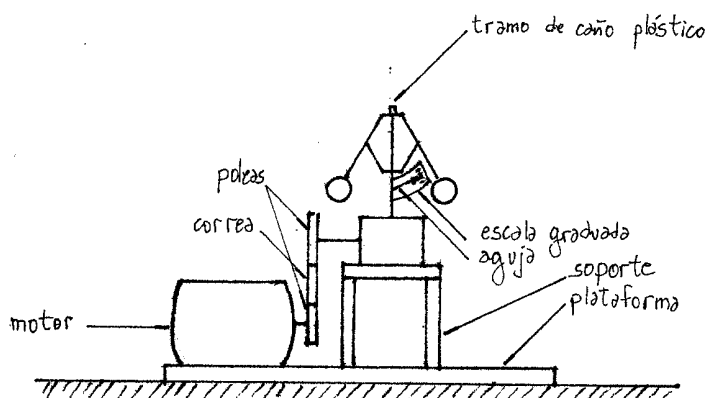


FIGURA 5  
montaje de la experiencia

La posición del manguito se leyó en la escala graduada, y el vástago giratorio del cuentavuelts se colocó dentro del tramo de caño plástico solidario al eje del regulador.

El resto del cuentavueltas fue sostenido manualmente.

Primero se realizaron las mediciones con el regulador en posición vertical, conectado al motor por medio de una correa.

Con el variador de velocidad se fija una velocidad de rotación del regulador, que es medida contando 100 vueltas con el cuentavueltas, y el tiempo que tarda en cumplirlas con el cronómetro.

Si este tiempo es inferior a 30 s se toman 200 vueltas, si aún así es inferior 300, y así sucesivamente.

Para esta velocidad fija se lee el valor de escala graduada. El valor de la velocidad se obtiene haciendo

$$\omega = \frac{2\pi m}{t}$$

$$n[\text{rpm}] = \frac{m}{t} \cdot 60$$

donde  $m$  es la cantidad de vueltas cumplidas, y  $t$ , es el tiempo en segundos medido con el cronómetro.

Las mediciones con el regulador en posición horizontal se hicieron elevando un extremo de la plataforma con el puente grúa.

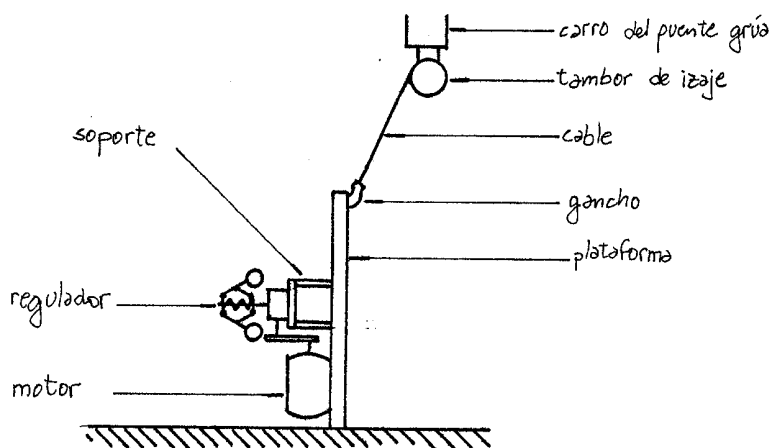


FIGURA 6  
montaje de la experiencia

El procedimiento fue el mismo que con el regulador en posición vertical.

Se observó durante las mediciones, que tanto en posición vertical como en posición horizontal, las fuerzas de fricción no alteraron el valor de la medición.

En posición vertical se efectuaron mediciones con el regulador con y sin resorte, con las tres diferentes masas, y sin masas. En posición horizontal debido a que es necesario un resorte para el funcionamiento del regulador, las mediciones se hicieron siempre con el resorte.

### 3. PREDICCIONES TEORICAS

#### 3.1. Características del regulador

En las primeras mediciones previas con el calibre se obtuvo

$$r_i = 0,0215 \text{ m}$$

$$l_i = 0,079 \text{ m}$$

Si el regulador no lleva resorte

$$k = 0$$

$$P_{k_0} = 0$$

Si el regulador lleva resorte, en base a las mediciones de  $P$  en función de  $X$  se obtiene

$$k = 346,1 \text{ N/m}$$

$$P_{k_0} = - 3,18 \text{ N}$$

El regulador no lleva carga en el manguito, y si se desprecia el peso de este último se obtiene  $M=0$

También se despreciará el peso propio de los brazos, y por lo tanto se supondrá que el valor de las masas giratorias es el valor de los pesos del extremo de los brazos. Debido a la diferente forma y tamaño de estos pesos, el valor de  $l$  varía con cada uno.

Los valores obtenidos de  $m$  y  $l$  se reflejan en el cuadro siguiente:

masa	m	l
	(kg)	(m)
BB	0,38	0,133
PB	0,17	0,14495
VB	0,111	0,13885
SB	0	0,113

### 3.2. Ecuaciones

$$P = (M \cdot a + P_k) + m \frac{\ell}{\ell_1} a$$

donde

$$P_k = P_{k_0} + k \cdot x$$

$$a = g \cos \alpha$$

$$\omega = \sqrt{\frac{F}{m r}}$$

donde

$$F = P \frac{\ell_1}{\ell} \tan \varphi$$

$$r = r_i + \ell \sin \varphi$$

$$x = 2 \ell_1 (1 - \cos \varphi)$$

#### 4. CONTRASTACION

##### 4.1. Primera contrastación entre las predicciones teóricas y las mediciones experimentales.

En la Figura 7 se graficó el valor de  $X$  en función del  $\ln \omega$ , para los valores medidos y predichos.

Se observó que en todos los casos existía error por defecto en el cálculo de la velocidad y de  $P$ .

##### 4.2. Cálculo de las masas parásitas

Los errores anteriormente mencionados, se deben a que se despreciaron las masas, "parásitas" de los brazos del regulador y del manguito.

La curva  $\ln \omega - X$  (ref. 3) resultó de gran utilidad en la determinación de estas masas parásitas.

Teóricamente:  $M = 0$

$$m = m_B \quad (\text{masa de las bolas})$$

En la realidad  $M = M_p$

$$m = m_B + m_p$$

El subíndice  $p$  indica que son masas parásitas

De acuerdo con lo propuesto, la fuerza de acción será:

$$P = \frac{L}{L_1} m_B g + \left( M_p + \frac{L}{L_1} m_p \right) g \quad (1)$$

La ecuación toma esta forma debido a que la obtención de las masas parásitas se hizo en base a las mediciones hechas con el regulador vertical y sin resorte.

Se obtendrá otra ecuación en base a las variaciones de velocidad medidas en el diagrama  $\ln \omega - X$ .

$$\Delta \ln \omega = \frac{1}{2} \Delta \ln \left( \frac{M}{m} \frac{l_1}{l} + 1 \right)$$

$$\ln \frac{\omega_{med}}{\omega_{teo}} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{M_p}{m_B + m_p} \frac{l_1}{l} + 1 \right) \quad (2)$$

A partir de las ecuaciones (1) y (2), se obtendrá un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que se debe resolver para cada medición con diferentes masas giratorias

$$(3) \quad \begin{bmatrix} 1 & -\left[\left(\frac{\omega_{med}}{\omega_{teo}}\right)^2 - 1\right] \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_p \\ m_p \frac{l}{l_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left[\left(\frac{\omega_{med}}{\omega_{teo}}\right)^2 - 1\right] m_B \frac{l}{l} \\ \frac{P_{med}}{g} - \frac{m_B}{l_1} l \end{Bmatrix}$$

En la Figura 7 se observa que las curvas reales y teóricas corren paralelamente, por lo tanto no tiene importancia el valor de  $X$  en el cual se tomen  $\omega_{med}$  y  $\omega_{teo}$ .

La obtención de  $P_{med}$  se explica en 4.4.

Debido a que  $l$  varía muy levemente al variar las masas, se supondrá un  $l$  promedio, distancia a la cual estarán aplicadas las masas  $m_B$  y  $m_p$ . De esta manera se simplifican los cálculos, pues hay una variable menos a determinar en cada medición. Esta suposición no es válida en el caso del regulador sin bolas

masa	$l$	$\Delta l$
	[ m ]	[%respecto al verdadero]
BB	0,133	- 4%
PV	0,14495	4%
VB	0,13885	0%
Promedio	0,1388	—



Los valores de  $m_p$  y  $M_p$  se obtendrán de la ecuación (3), y se indican en el cuadro siguiente

masa	$w_{med}/w_{teo}$	$m_p$	$M_p$
		[kg]	[kg]
BB	1,186	0,028	0,2912
PB	1,323	0,051	0,2915
VB	1,469	0,039	0,3059

No se tienen en cuenta las mediciones con el regulador sin bolas debido a que la aproximación expuesta será válida siempre que existan masas giratorias considerablemente mayores que las masas parásitas  $m_p$ .

Promediando los valores obtenidos se halla:

$$M_p = 0,296 \text{ kg}$$

$$m_p = 0,039 \text{ kg}$$

Se observa que la dispersión de los valores a promediar alrededor de la medida es pequeña.

#### 4.3. Cálculos corregidos y verificación

Con los valores obtenidos de las masas parásitas, se realizaron nuevos cálculos, y en la Figura 8 se observa la excelente coincidencia con los valores experimentales. La predicción no es válida en el caso del regulador sin bolas, pero si en este caso se considera que la masa en vez de hallarse a la distancia  $l$  promedio se halla a una distancia menor, se obtendrá la coincidencia. En realidad, la masa parásita debida a los brazos del regulador no actúa en el extremo de ellos, sino en un punto intermedio, pero esto queda disimulado cuando existen masas en rotación bastante mayores que las parásitas, y es puesto en evidencia cuando estas masas no existen o son muy pequeñas.

Para calcular la distancia  $l$  a la que se encuentra  $m_p$  en el caso del regulador sin bolas se usarán las propiedades de la curva  $\ln w - x$  (ref. 3).

$$\Delta \ln \omega^* = \frac{1}{2} \Delta \ln l_1^*$$

donde  $\omega^* = \omega \sqrt{\frac{l}{g}} \quad l_1^* = \frac{l_1}{l}$

$$\Delta \ln \omega \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{1}{2} \Delta \ln \frac{l_1}{l}$$

$$\Delta \ln \omega + \frac{1}{2} \Delta \ln l = -\frac{1}{2} \Delta \ln l$$

$$\Delta \ln \omega = -\Delta \ln l$$

En la Figura 8 se observa que debe disminuir un 18,6%. Entonces, para este caso:

$$l = 0,113 \text{ m}$$

Estos valores de masa parásita son válidas para las mediciones con el regulador con resortes y en posición horizontal. En las Figuras 9 y 10 (regulador con resorte, vertical y horizontal respectivamente) se observa la excelente coincidencia de los valores predichos y los medidos.

Los apartamientos de la curva experimental hacia la derecha para altos valores de  $X$ , y hacia la izquierda para bajo valores, se debe a que el resorte aumenta su rigidez cuando se aproxima a la longitud sólida, y la disminuye al extenderse casi completamente.

También se observa que tomando  $l = 0,113$  en el caso del regulador sin bolas se obtiene una excelente coincidencia.

#### 4.4. Obtención de los valores de $P$ , $k$ y $P_{h_0}$ .

En el caso del regulador sin resortes, para obtener el valor de  $P$  se hicieron mediciones en sentido ascendente y descendente. Así se obtuvieron los gráficos de las Figuras 11, 12, 13 y 14.

Se aproximaron dos rectas horizontales en los valores que serán  $P+R$  y  $P-R$ . El valor de  $P$  se obtuvo promediando los valores de  $P+R$  y  $P-R$  obtenidos.

En el cuadro siguiente, se observan los valores de  $P$  teóricos, experimentales y corregidos sumándole la masa  $M_p$  para el regulador sin resorte.

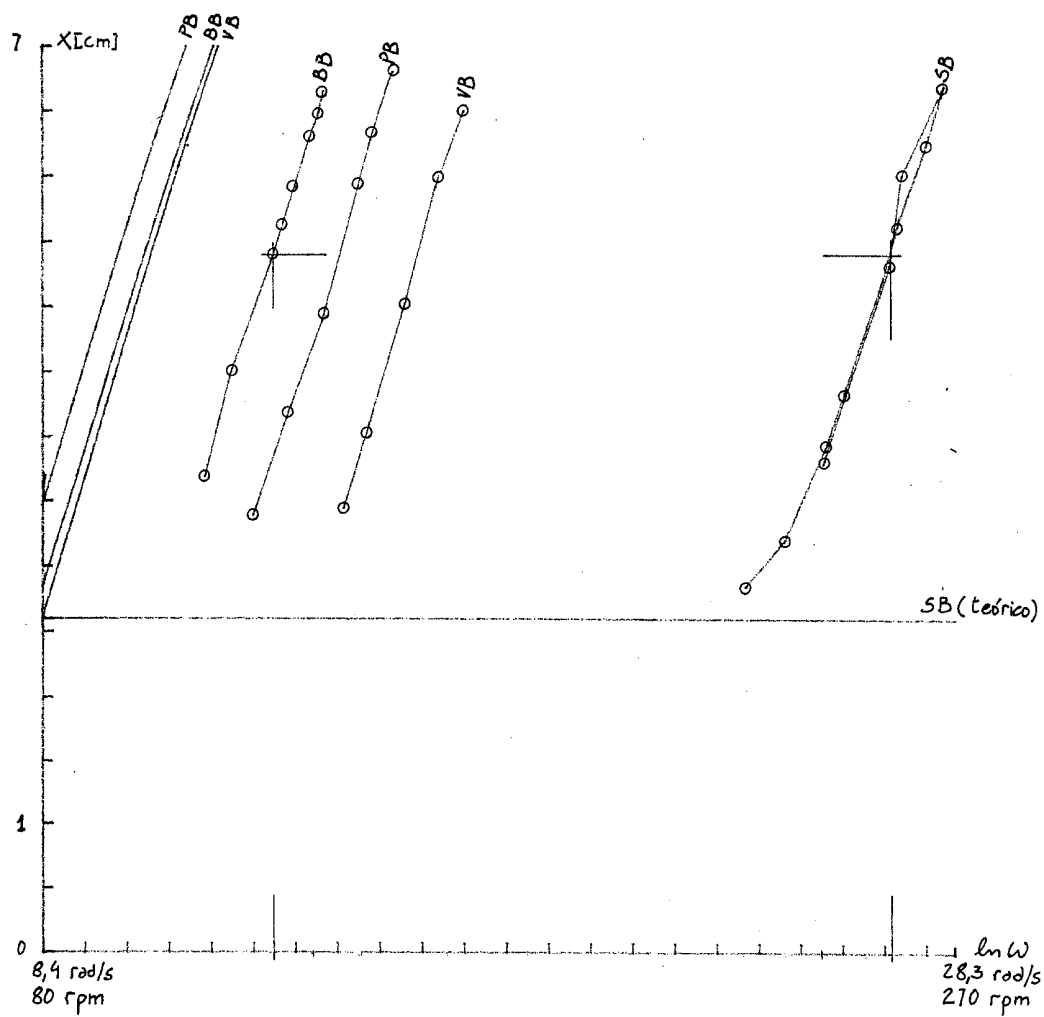


FIGURA 7  
curvas  $\ln \omega - x$  teóricas y experimento  
(valores sin corregir por masas po.  
rasitas)  
regulador sin resorte  
posición vertical

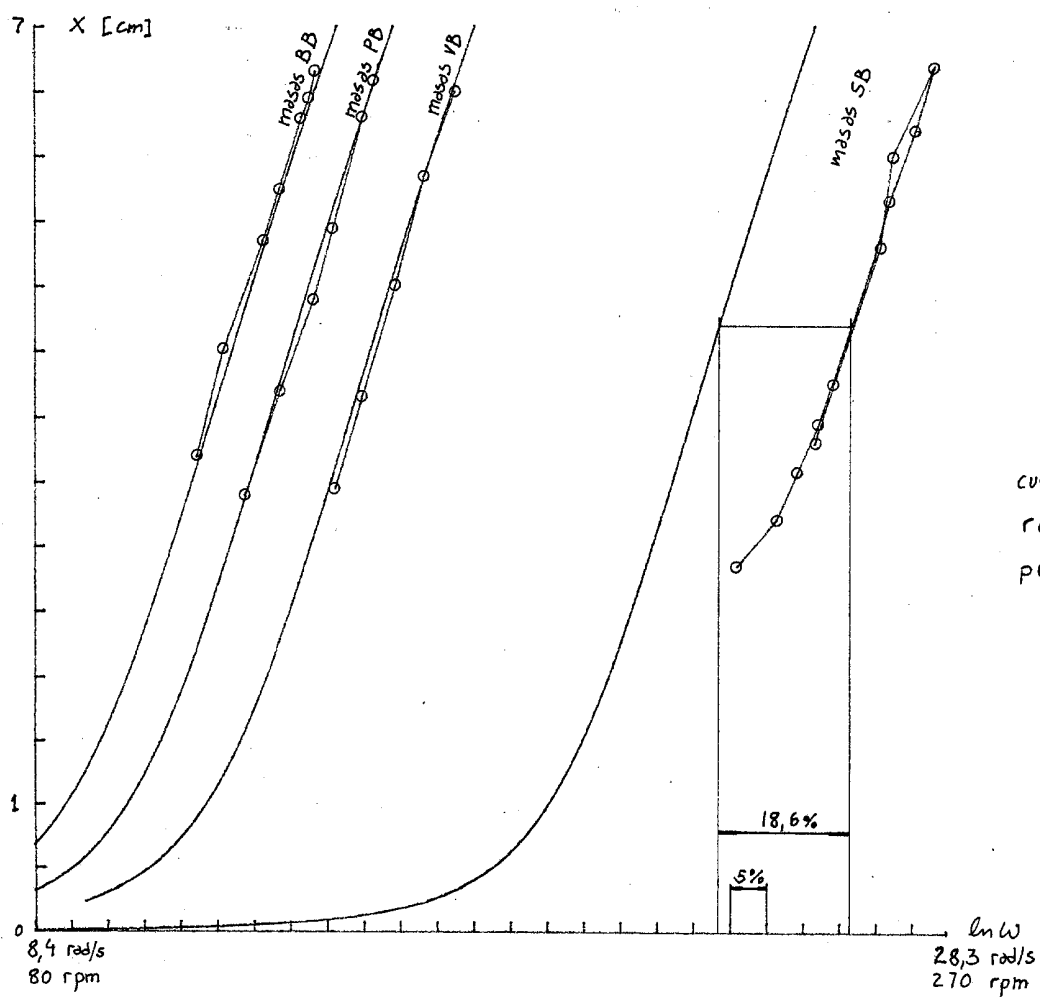


FIGURA 8  
curvas  $\ln \omega - x$  teóricas y experimentales  
regulador sin resorte  
posición vertical

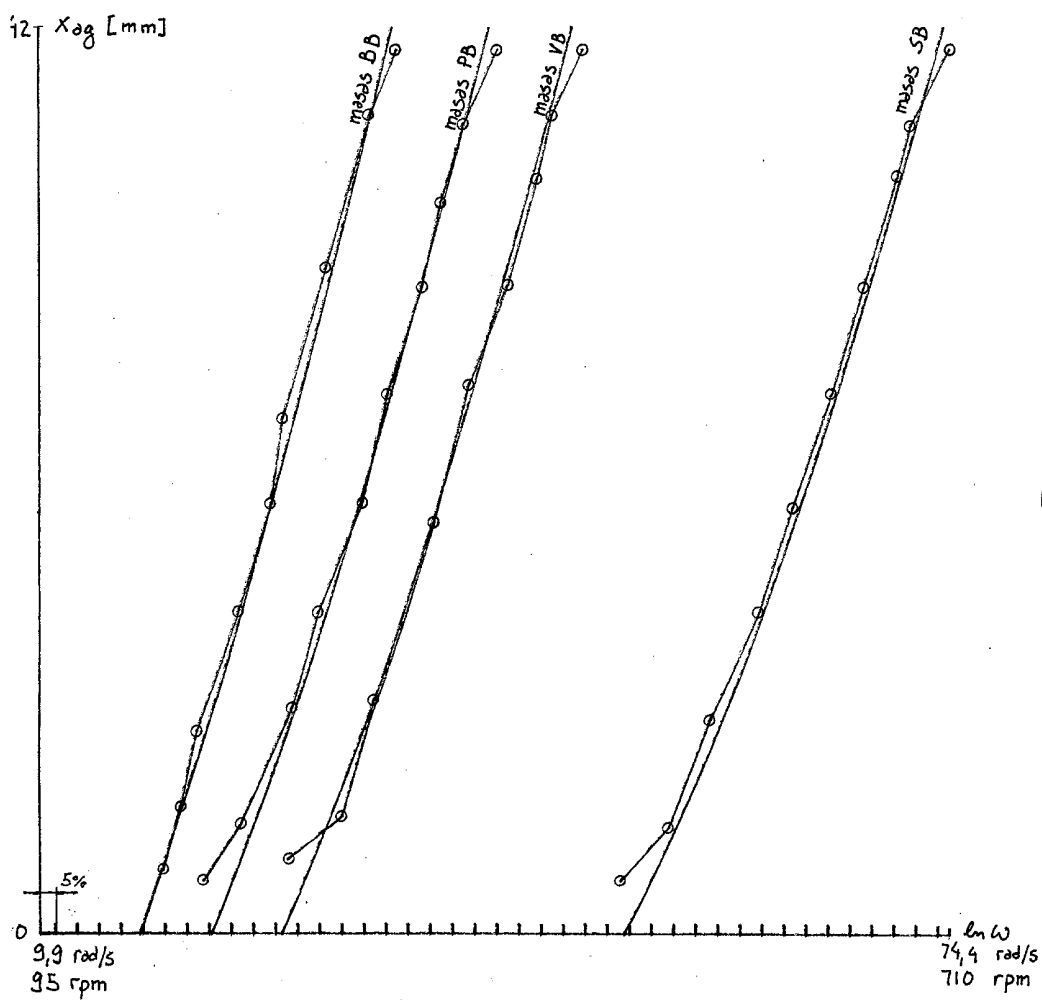


FIGURA 9.  
curvas  $\ln \omega - x$  teóricas y experimentales  
regulador con resorte  
posición vertical

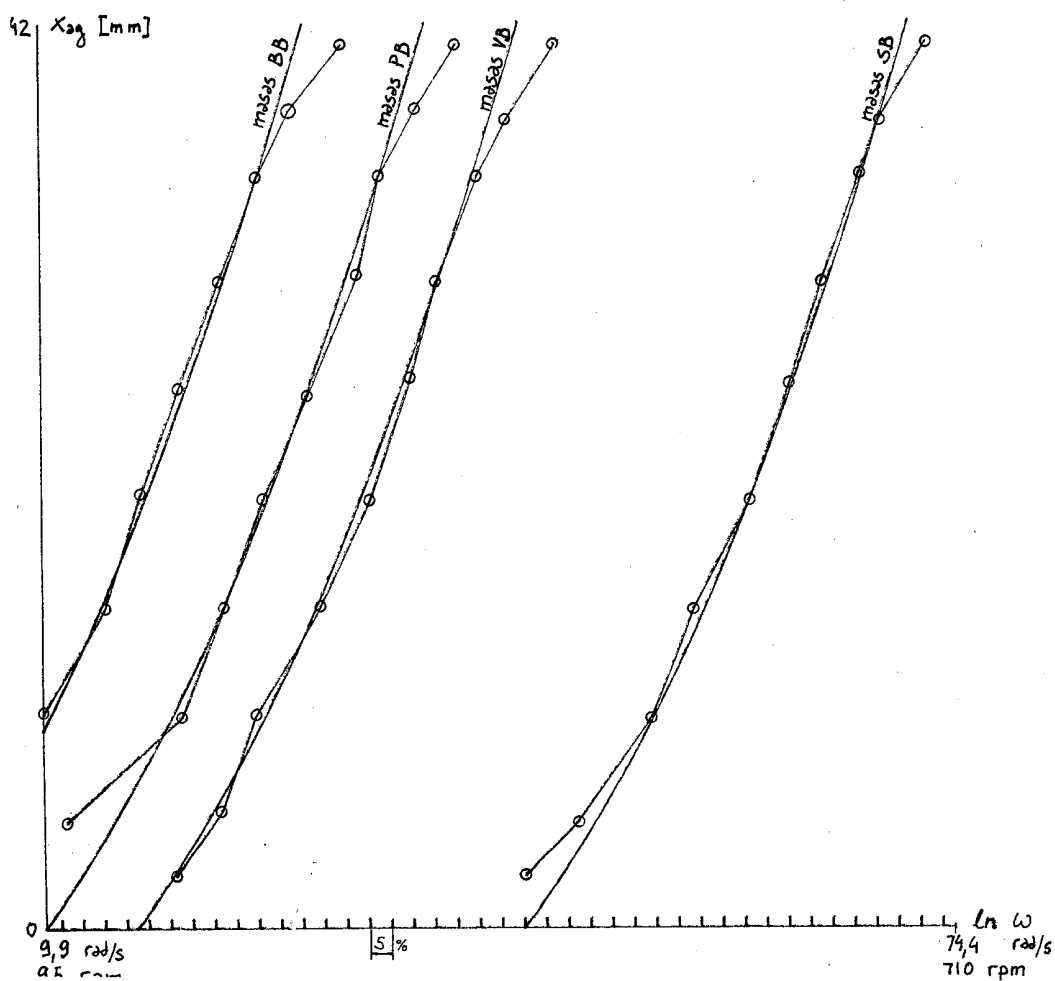


FIGURA 10  
regulador con resorte  
posicion horizontal

Masa	Pteo	Pmed	Pcorr	$\Delta P$
	[N]	[N]	[N]	[% Pmed]
BB	6,28	9,88	9,82	0,6
PB	3,06	6,67	6,67	0
VB	1,91	5,59	5,49	2
SB	0	3,69	3,45	7

Para el cálculo con el regulador sin bolas, se ha tomado  $l = 0,113$  m.

En el cuadro se observa que los valores corregidos se aproximan mucho a los medidos. Los errores de los instrumentos son mayores que los pequeños errores de las aproximaciones, y esto da más validez a las predicciones. El error en  $P$  aumenta al disminuir las masas giratorias, lo que da un indicio del rango de validez de las mediciones.

En el caso del regulador con resortes, las mediciones experimentales se reflejan en los gráficos de las Figuras 15, 16, 17 y 18. En estos graficos se han aproximado por medio de rectas oblicuas los valores de  $P+R$  y  $P-R$ , los que al promediarse darán otra recta oblicua de  $P$  en función de  $X$ . Para cada medición con distintas masas se obtuvieron los valores de  $k$  y  $P_{k0}$ , de los que se realizó un promedio para determinar un valor único. En este promedio se excluyeron las mediciones con el regulador sin bolas.

Masa	$k$	$P_{k0}$
	[N/m]	[N]
BB	346	-2,6
PB	347	-3,2
VB	345	-3,2
Prom.	346,1	-3,18

El valor de  $k$  se obtuvo midiendo la pendiente de la recta promedio trazada.

El valor de  $P_{k_0}$  se obtuvo haciendo

$$P_{k_0} = P_{26} - k \cdot 0,026 - P_g$$

donde  $P_{26}$  es el valor de  $P$  cuando  $X_{26} = 0$  o  $X = 26 \text{ mm}$

$P_g$  es el valor de  $P$  determinado en las mediciones correspondientes, con el regulador sin resorte.

En las Figuras 15, 16, 17 y 18 se puede observar la excelente coincidencia de las rectas determinadas de esta manera, con las rectas promedio. Esta coincidencia se da aún en el caso del regulador sin bolas.

En todos los casos la propagación de los errores de los instrumentos es mayor que el error de aproximación, y por lo tanto se han obviado las bandas de tolerancia.

Inclinando el regulador hasta  $\alpha = 90^\circ$  se sigue manteniendo la coincidencia entre los valores teóricos y los calculados.



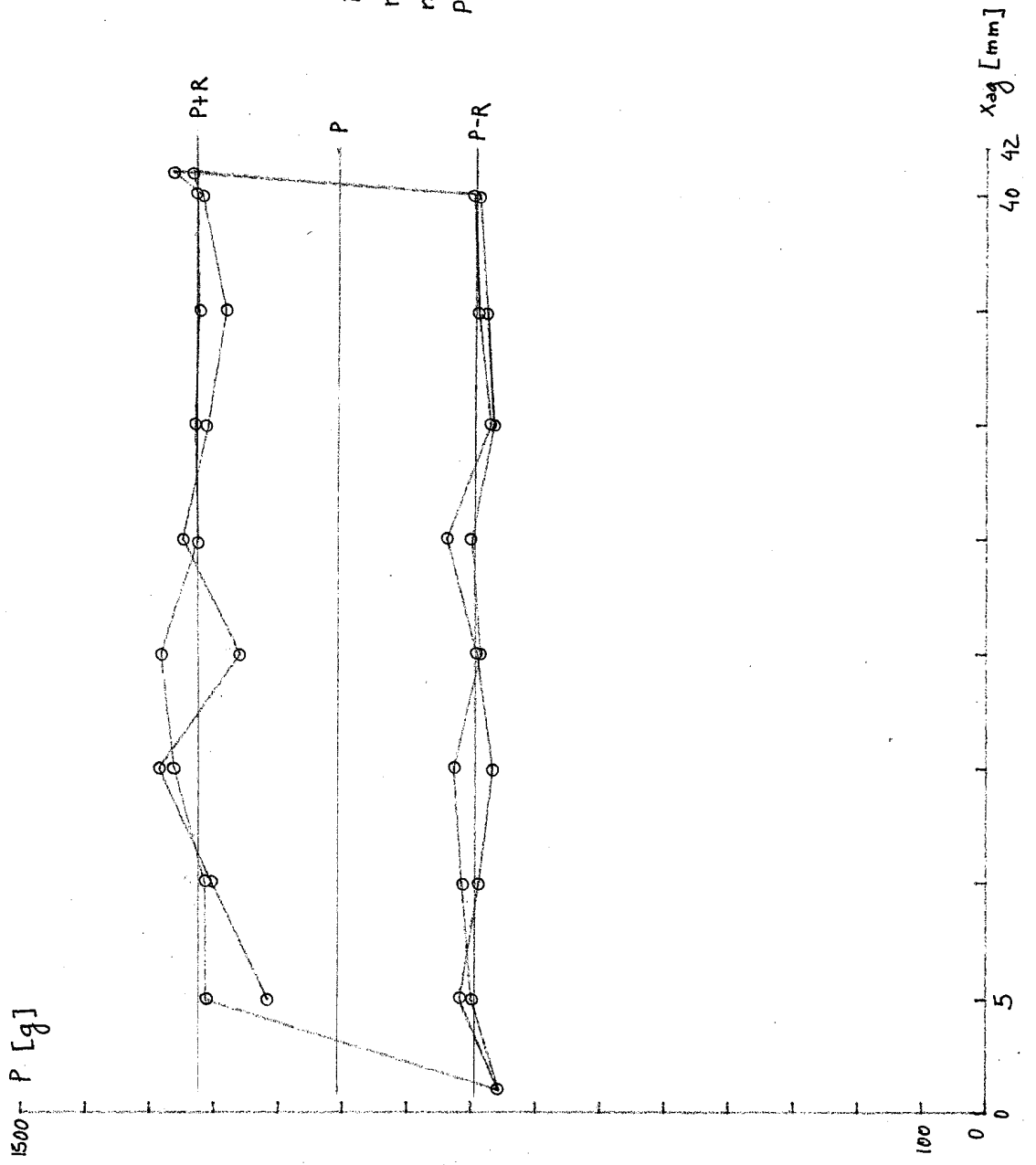


FIGURA II  
regulador sin resorte  
masas BB  
posición vertical

$P = 1007,5 \text{ g}$   
 $R = 212,5 \text{ g}$   
 $\epsilon = 21\%$

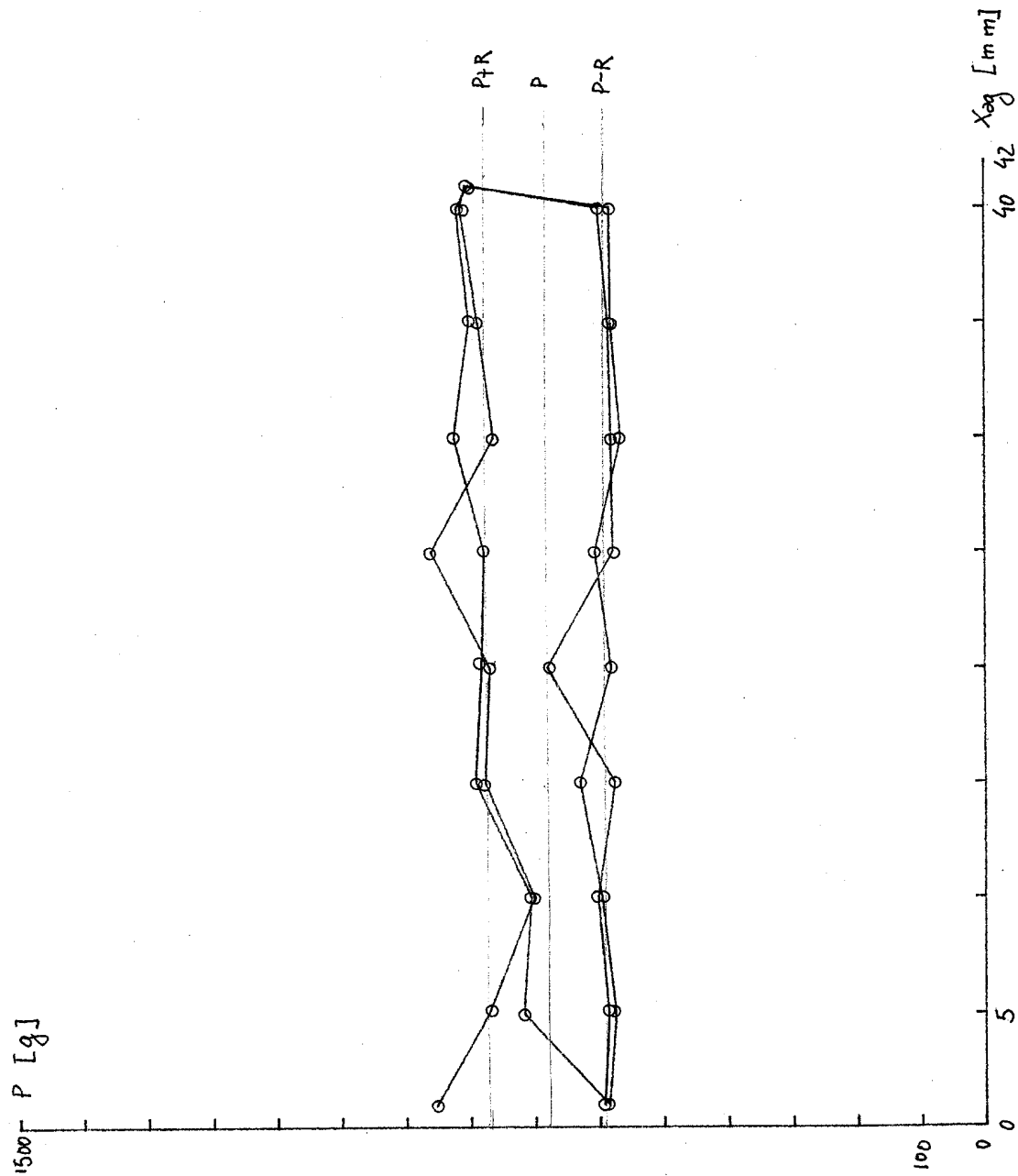


FIGURA 12  
regulador sin resorte  
masas PB  
posición vertical  
 $R = 93 \text{ g}$   
 $P = 680 \text{ g}$   
 $\varepsilon = 14\%$

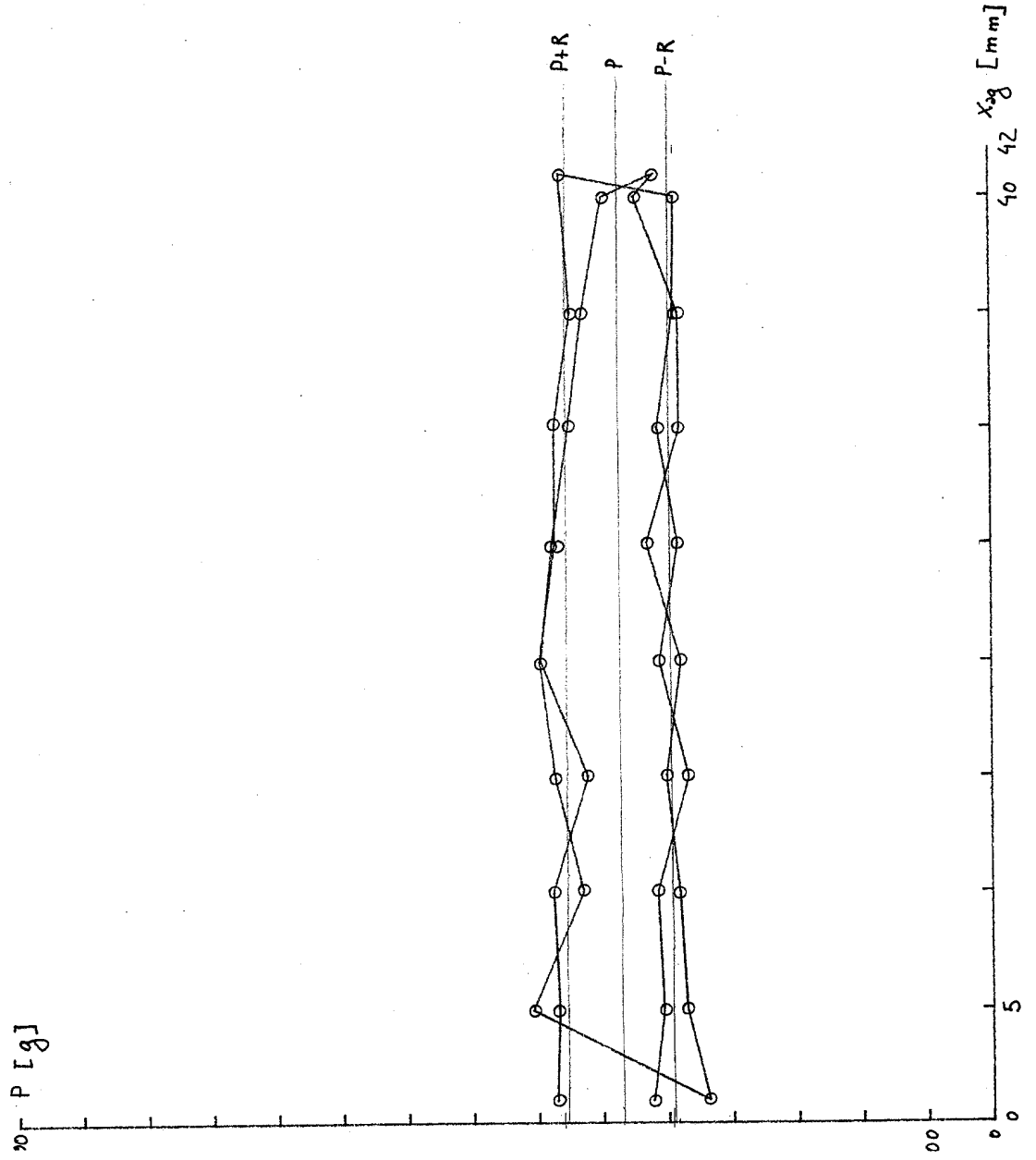


FIGURA 13  
regulador sin resorte  
masas VB  
posición vertical  
 $R = 80 \text{ g}$   
 $P = 570 \text{ g}$   
 $\epsilon = 14\%$

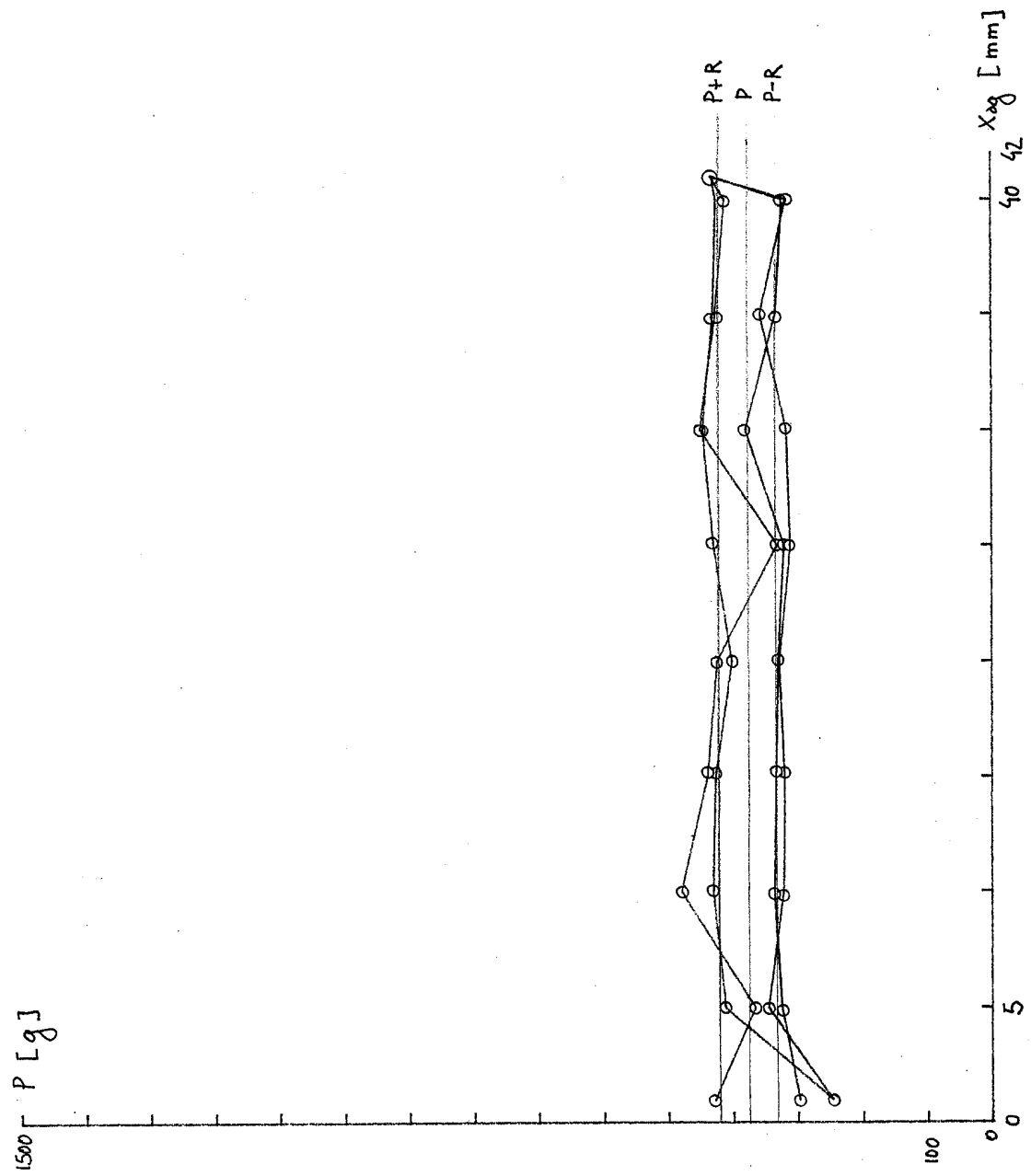


FIGURA 14  
 regulador sin resorte  
 sin pesos  
 posición vertical  
 $R = 44 \text{ g}$   
 $P = 376 \text{ g}$   
 $\epsilon = 12 \%$

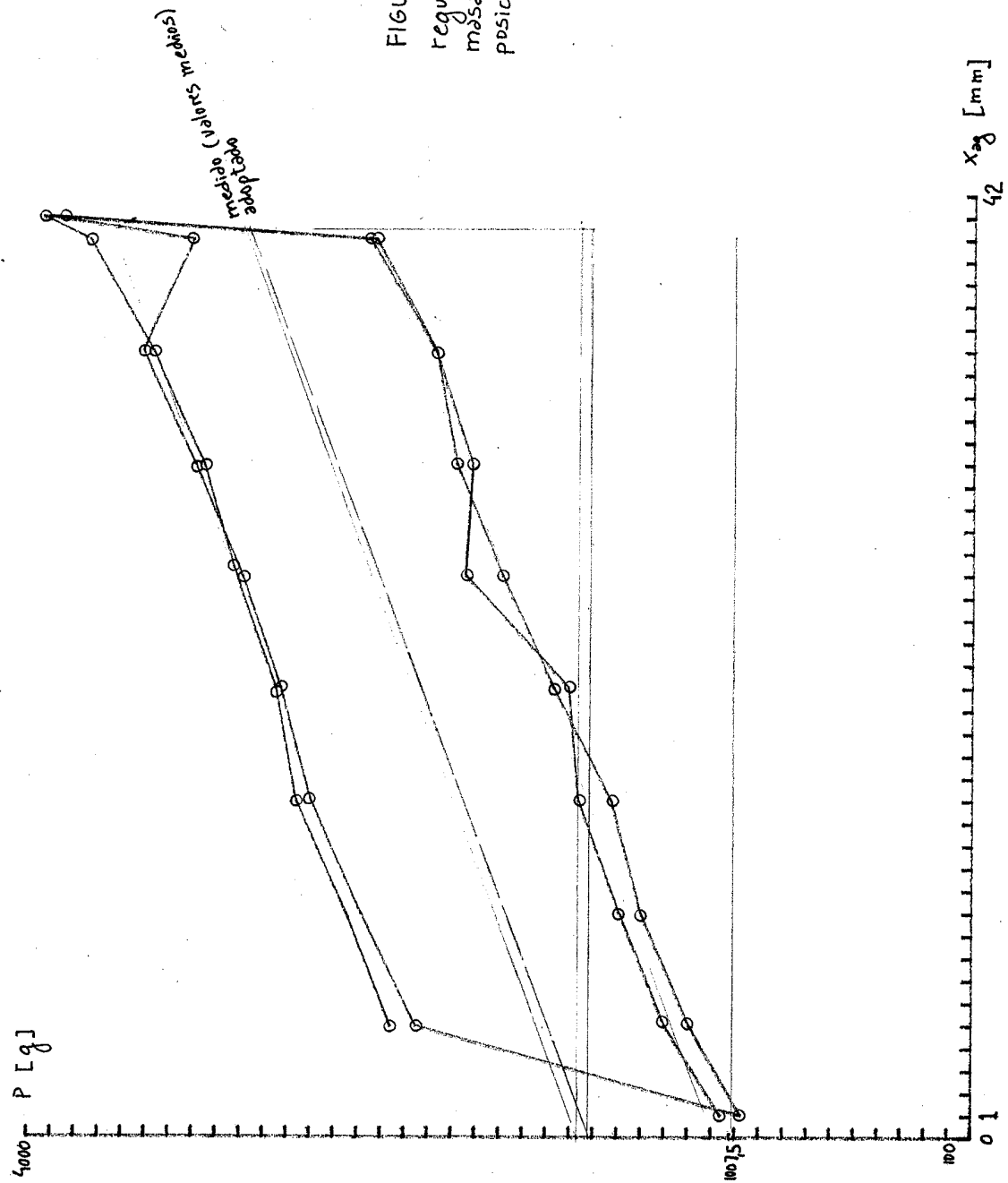


FIGURA 15  
regulador con resorte  
masas BB  
posición vertical

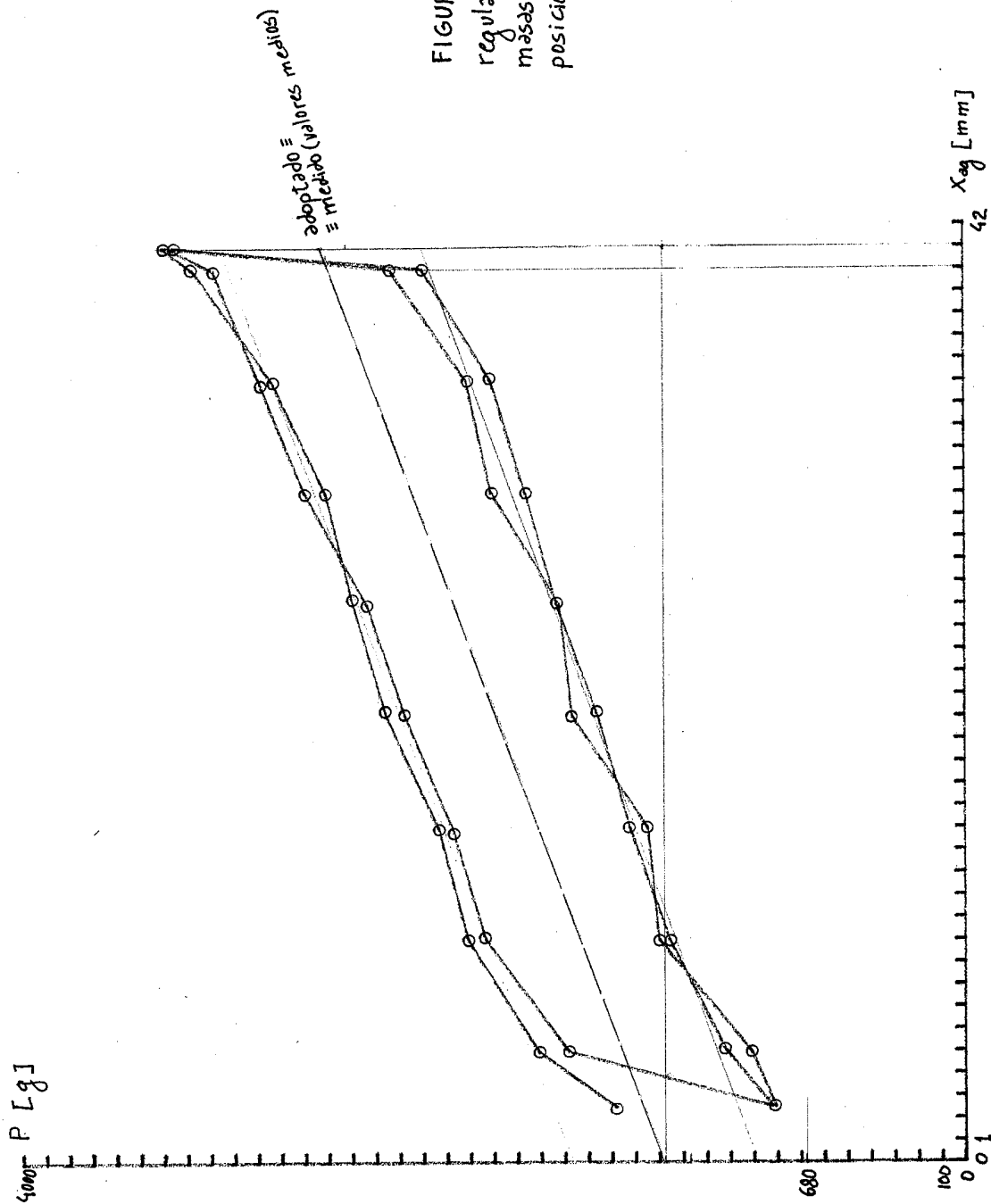


FIGURA 16  
regulador con resorte  
masas PB  
posición vertical

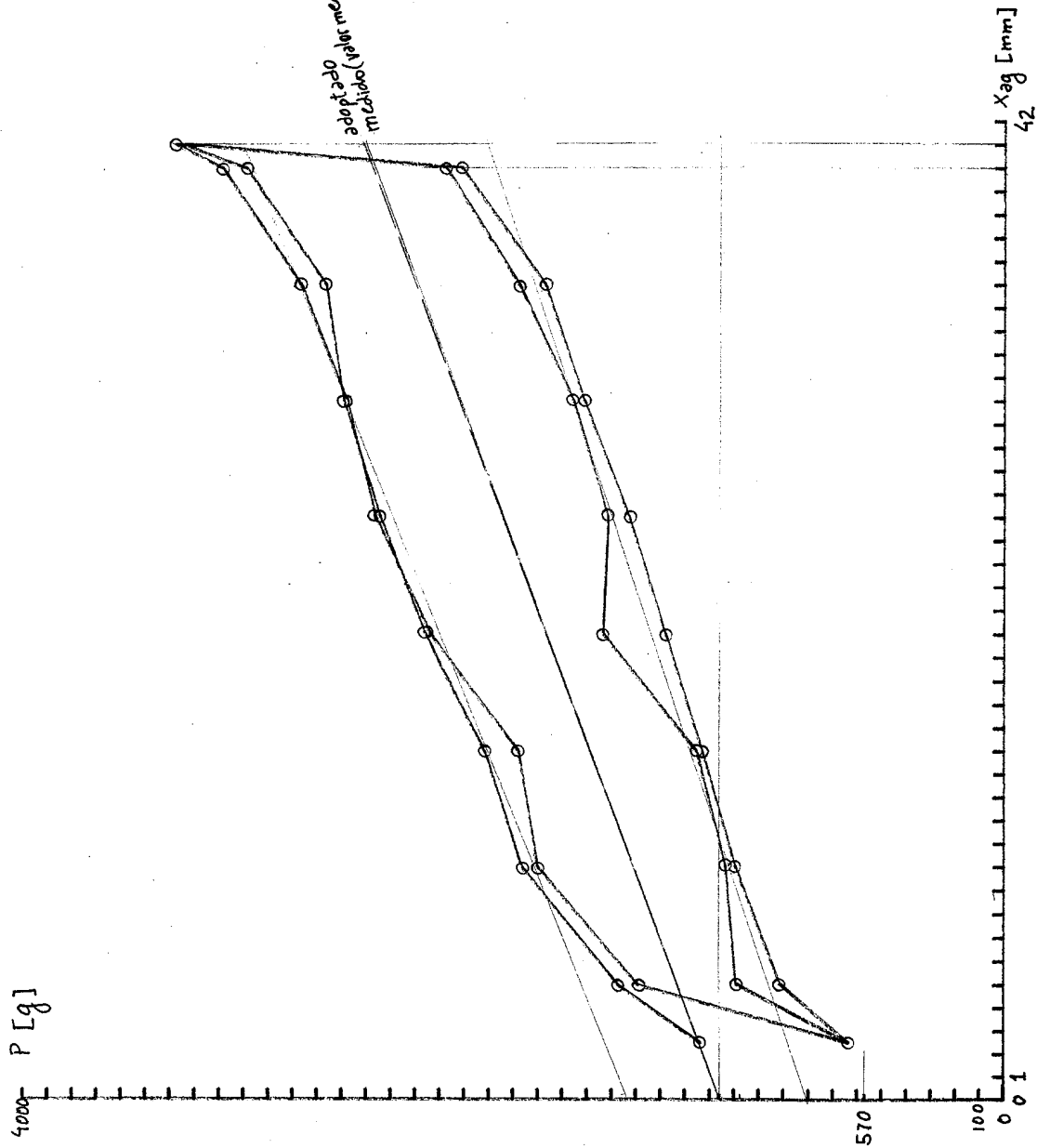


FIGURA 17  
regulador con resorte  
masas VB  
posición vertical

400 P [g]

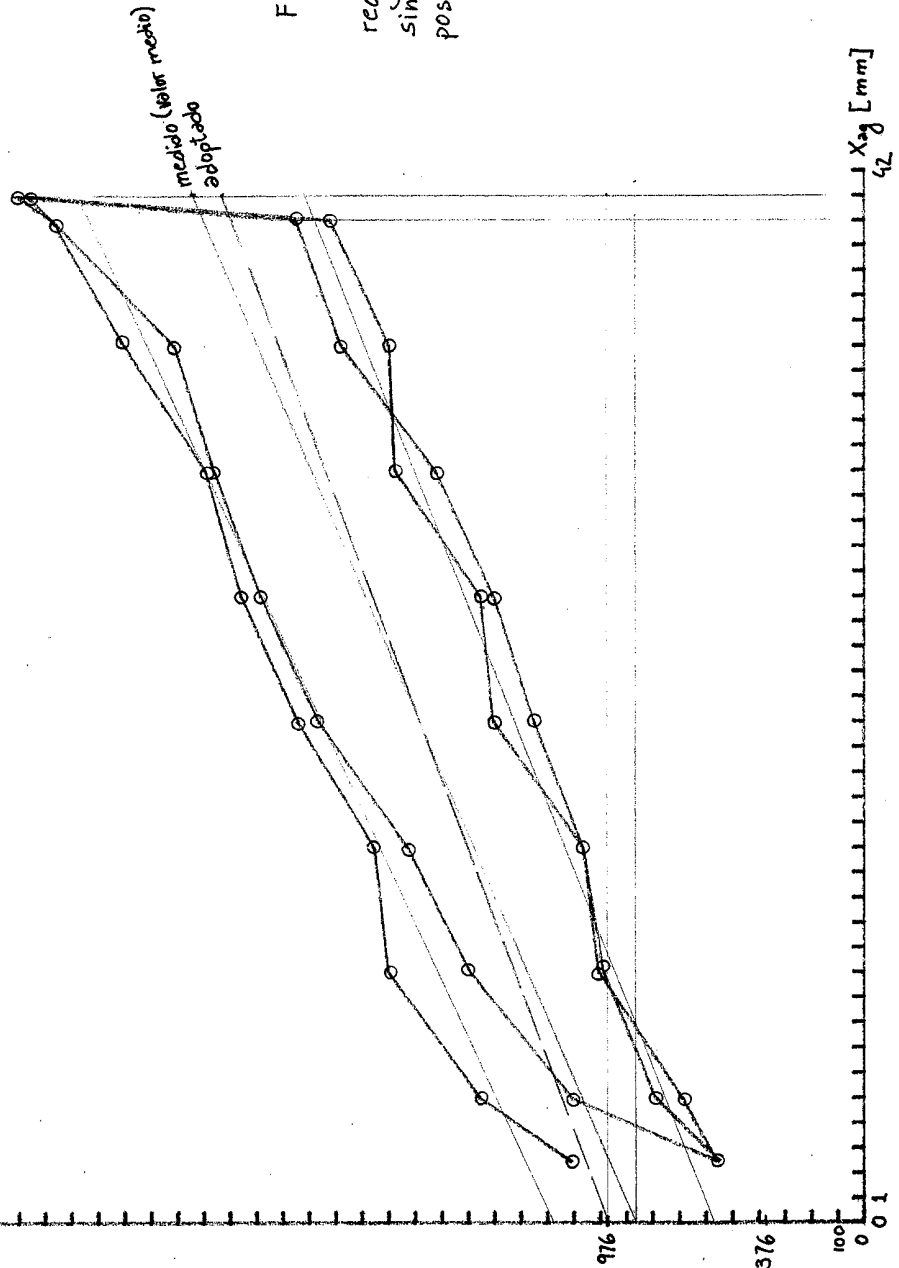


FIGURA 18

regulador con resorte  
sin pesos  
posición vertical



## 5. OBSERVACIONES DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO

En base a lo expuesto en ref. 1, es posible obtener los valores de las características dinámicas para cada una de las diferentes configuraciones del regulador con las que se efectuaron mediciones.

Se tomará para el estudio, el regulador sin resorte con sus masas originales (BB).

La posición 1 es con el manguito en el punto mas bajo de su recorrido, y la 2 en el más alto.

Masa BB = 0,380 kg      m = 0,419      M = 0,296 kg										
Posición	$\varphi$	r	F	x	P	$\omega$	$m'$	$k'$	$\omega_0$	S
	Grados	m	N	m	N	rad/s	kg	N/m	rad/s	-
1	33,3	0,095	3,84	0,026	9,82	9,84	0,482	24,19	7,08	4,12
2	54,3	0,13	8,13	0,068	9,82	12,24	0,557	53,92	9,84	4,05

Los datos del cuadro se obtuvieron usando el programa REGUL1, considerando la influencia de las masas parásitas.

Para llevar a cabo un análisis simplificado, se tomarán valores medios de las características.

Debido a que los valores del rozamiento se han medido sobre la coordenada  $X$ , se efectuará el análisis dinámico sobre esta coordenada. Para ello es necesario llevar las magnitudes  $m'_y$  y  $k'_y$  a la coordenada  $X$ . De acuerdo con lo expuesto en ref. 1, es necesario conocer el valor de  $dy/dx$ .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dr} \frac{dr}{dx}$$

pero  $\frac{dy}{dr} = \frac{1}{\cos \varphi}$        $\frac{dr}{dx} = \frac{P}{F}$

entonces  $\frac{dy}{dx} = \frac{P}{F \cos \varphi}$

así se obtiene

$$m'_x = m'_y \left( \frac{dy}{dx} \right)^2$$

$$k'_x = k'_y \left( \frac{dy}{dx} \right)^2$$

Para hallar los valores medios se hará:

$$m'_x = \frac{m'_{x_1} + m'_{x_2}}{2}$$

$$k'_x = \frac{k'_{x_1} + k'_{x_2}}{2}$$

De esta manera los valores son

$$m'_x = 3,55 \text{ kg}$$

$$k'_x = 266 \text{ N/m}$$

La frecuencia natural del regulador es  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m'_x}{k'_x}} = 1,38 \text{ Hz}$   
 En cuanto al sistema dinámico, lo único que falta por definir es el valor  $R$  del rozamiento seco reducido a la coordenada  $X$ .

De acuerdo con las mediciones, el valor del rozamiento estático es  $R = 2,085 \text{ N}$ . Este es el caso en que  $\mathcal{E} = \frac{R}{P} = 21\%$ .

Si se toma el valor promedio para los cuatro diferentes valores de masa,  $\mathcal{E} = 13\%$ , se obtiene  $R = 1,290 \text{ N}$ .

Estos valores, son cotas superiores del valor del rozamiento, pues corresponden al caso estático, y el rozamiento dinámico, que es el que interesa, es siempre menor que el estático.

La ecuación que rige el comportamiento dinámico del regulador es:

$$\begin{cases} x_r = x_r(\omega) \\ m'_x \ddot{x} + Rsg \dot{x} + k'_x (x - x_r) = 0 \end{cases}$$

$x_r$  es la posición que debería ocupar el manguito en régimen permanente, a la actual velocidad de rotación.

### 5.1. Procedimiento

Durante la experiencia se hizo variar la velocidad de rotación del regulador desde cero hasta la magnitud correspondiente a  $x_{2g} \approx 30$ . El tiempo que tardó el regulador desde que se comenzó a elevar el manguito hasta que se llegó a la velocidad final fue aproximadamente 0,5 s.

De esta manera se puede establecer, como buena aproximación cualitativa

$$X_r = \begin{cases} \frac{0,030}{0,5} & t < 0,5 \\ 0,030 & t \geq 0,5 \end{cases}$$

$t$  se mide en segundos

$X_r$  se mide en metros.  $X_r = 0$  cuando el manguito está en la posición inferior.

Por medio del programa DINAL (ref.2), se calculó el comportamiento del sistema dinámico con las características indicadas, tratando de obtener un valor de rozamiento dinámico que refleje el comportamiento observado. En la Figura 19, pueden verse los resultados obtenidos.

## 5.2. Simulaciones del comportamiento dinámico

Durante la experiencia se observó que el comportamiento del regulador frente a la excitación dada, fue el de sobrepasarse de la posición de equilibrio, y volver a ella sin oscilaciones.

Observando la Figura 19, se deduce que esta respuesta se da para valores de  $\mathcal{E}$  de entre 9 y 13 % (curvas 3 y 2), mientras que para el valor de rozamiento estático ( $\mathcal{E} = 21\%$ , curva 1) el regulador no sobrepasa la posición de equilibrio, y para valores menores que 9%, por ejemplo  $\mathcal{E} = 5\%$  (curva 4), el regulador oscila más de una vez.

Una vez alcanzada la posición de equilibrio, las vibraciones debidas al motor, correa, y una pequeña excentricidad de la polea llevan al regulador a la posición  $X = X_r$ , que es la que debería alcanzarse en ausencia de rozamiento.

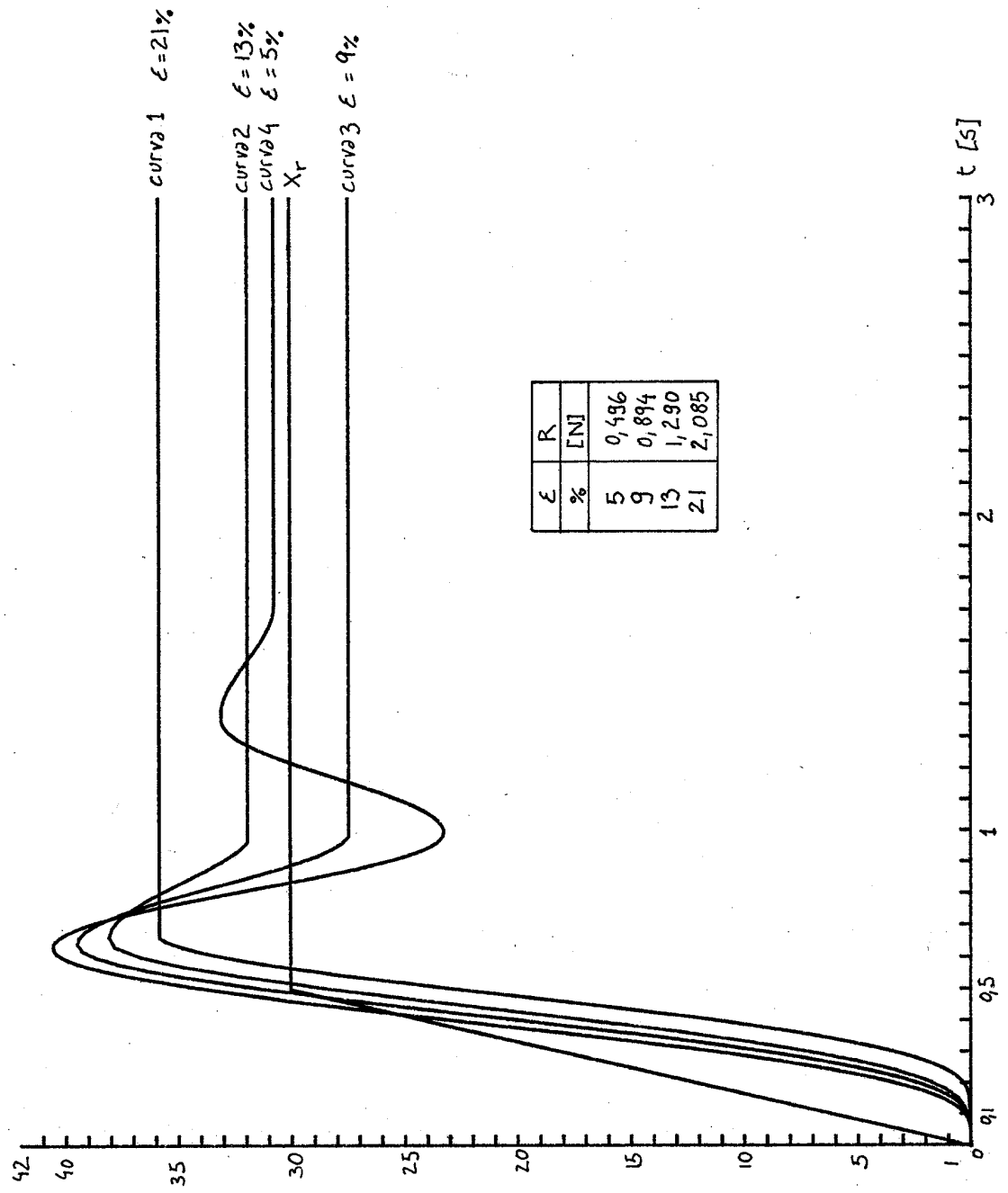


FIGURA 19  
Simulaciones del comportamiento dinámico

### 5.3. Observaciones con otras masas y con resorte

En las configuraciones del regulador diferentes de la original, la relación entre las fuerzas de fricción y las masas es mayor, y se llegó a obtener casos en los que el comportamiento del regulador fue como el indicado en la curva 1 de la Figura 19.

Siempre se observó luego de un lapso muy breve, que el regulador llegaba a la posición  $X=X_r$ , pero en los casos con las masas más pesadas se observaron oscilaciones de mas o menos 1 mm. alrededor de esta posición, debidas a la excentricidad de la polea. Esta oscilación no existió en los casos con masas mas livianas.

## 6. CONCLUSIONES

Se comprobó que la masa de los brazos y en el manguito no es despreciable, siendo la masa parásita en el regulador con sus masas originales, el 10% del valor de estas últimas, y proporciones mucho mayores, al ir disminuyendo las masas. Sin embargo, se vio que con pocas mediciones es posible determinar el efecto de las masas parásitas, y así predecir teóricamente el comportamiento del regulador con gran precisión (errores menores al 5%).

Se encontró gran utilidad a la curva de  $\ln \omega - x$  (ref.3) para efectuar las correcciones necesarias.

Se comprobó la validez de las ecuaciones propuestas para determinar el comportamiento en régimen permanente del regulador. De ahora en adelante, una vez determinada la influencia de las masas parásitas, se tomarán como exactas en la práctica las predicciones teóricas formuladas acerca de un regulador.

Se corroboró la influencia amortiguadora de las pequeñas fuerzas de fricción durante el régimen transitorio del regulador, hallándose la explicación del porqué un regulador sin amortiguadores no permanece oscilando indefinidamente, o por largo tiempo.

También se observó que el efecto de las fuerzas de fricción se hace despreciable, o desaparece una vez alcanzado el régimen permanente.

## REFERENCIAS

1. Mendez, P. F., "Conceptos del funcionamiento de los reguladores centrífugos de velocidad". Dic. 1988
2. Mendez, P.F., "Análisis de sistemas dinámicos de un grado de libertad que incluyen rozamiento" Jun. 1989.
3. Mendez, P.F., "Influencia de los parámetros de diseño de un regulador".