Faculté Saint-Jean **automne 2022**
PHYSQ 208 LEC A1 - Aspects de la physique moderne **examen partiel 1**

Nom SOLUTIONS

Numéro ______________________________

Professeur Marc de Montigny
Date mardi 11 octobre 2022, de 14h30 à 15h50
Lieu local 366

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**, incluant celle-ci. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **5 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points pour les solutions, même si les réponses finales sont erronées.
- L'examen contient **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété et imprimé. Vous perdrez 5/20 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!

Question 1. Transformations de Lorentz [4 points]

Un repère K′ se déplace à vitesse $0.8c$ dans la direction $-x$, par rapport au repère K.

(a) Quels sont, vues de K, les coordonnées (x_A, t_A) d'un événement A qui a lieu, dans K′, à $x'_A = 1800$ m à l'instant $t'_A = 15$ μs? (Rappel: 1 μs $= 10^{-6}$ s)

(b) Même question, pour un autre événement, B, qui a lieu dans K′, à $x'_B = -\ 1800$ m à $t'_B = 25$ μs.

(c) Quels sont les intervalles de temps, $\Delta t = t_B - t_A$ et $\Delta t' = t'_B - t'_A$, entre A et B, vus de K et K′?

$\boxed{\text{Solutions}}$

(a) On a $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} = \frac{5}{3} \approx 1.6667$. De la transformation de Lorentz inverse,

$$x_A = \gamma\left(x'_A + vt'_A\right) = \frac{5}{3}\left(1800 + (-0.8c)(15\times 10^{-6})\right) = -3000 \text{ m}$$
$$t_A = \gamma\left(t'_A + \frac{vx'_A}{c^2}\right) = \frac{5}{3}\left(15\times 10^{-6} + \frac{(-0.8c)(1800)}{c^2}\right) = 1.7\times 10^{-5} = 17\ \mu\text{s}$$

Ainsi, les coordonnées sont $\boxed{(x_A, t_A) = (-3000 \text{ m}, 17\ \mu\text{s})}$

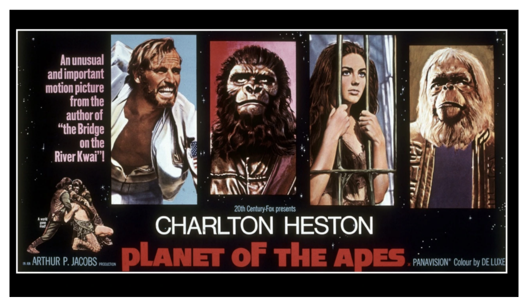
(b) On a ici

$$x_B = \gamma\left(x'_B + vt'_B\right) = \frac{5}{3}\left(-1800 + (-0.8c)(25\times 10^{-6})\right) = -13000 \text{ m}$$
$$t_B = \gamma\left(t'_B + \frac{vx'_B}{c^2}\right) = \frac{5}{3}\left(25\times 10^{-6} + \frac{(-0.8c)(-1800)}{c^2}\right) = 4.97\times 10^{-5} \approx 50\ \mu\text{s}$$

Ainsi, on a $\boxed{(x_B, t_B) = (-13000 \text{ m}, 50\ \mu\text{s})}$

(c) $\boxed{\Delta t = 33\ \mu\text{s},\ \Delta t' = 10\ \mu\text{s}}$

Question 2. Dilation du temps [4 points]



Dans le film *Planet of the Apes* (1968), l'astronaute Taylor et ses partenaires atteignent la planète inconnue en 18 mois, selon eux, alors qu'il s'est écoulé 2000 ans sur la Terre.

(a) Quel est le facteur γ de dilatation du temps de Taylor?

(b) À quelle vitesse, β, Taylor a-t-il voyagé? Gardez 3 décimales différentes de 9 dans β.

(c) Vu de la Terre, quelle distance Taylor a-t-il parcouru?

$\boxed{\text{Solutions}}$

(a) $\gamma = \frac{2000}{1.5} = \boxed{1333}$

(b) $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \boxed{0.9999997187c = 2.99792374{\times}10^8 \text{ m/s}}$ (avec c =299792458 m/s, exact)

(c) De la Terre, la distance parcourue vaudra

$$d = vt = (0.9999997187c)(2000 \text{ ans}) = 1999.999437 \approx \boxed{2000 \text{ annees} \cdot \text{lumiere} = 1.89\times 10^{19} \text{ m}}$$

[Remarque: 1 année-lumière = année-c=$(365\times 24\times 3600)(3\times 10^8) = 9.4608\times 10^{15}$ m.]

[suite page suivante...]

Question 3. Contraction des longueurs [3 points]

Une tige de longueur propre 40.0 cm (dans son repère K′) passe un repère K à vitesse $0.860c$.

(a) Quelle est la longueur de cette tige, vue du repère K?
(b) Combien de temps, vu de K, faut-il à cette tige pour passer un point de K?

$\boxed{\text{Solutions}}$

(a) De K, la longueur vaut

$$l = \frac{l_0}{\gamma} = \sqrt{1-\beta^2}\; l_0 = \sqrt{1-0.86^2}(40) = 20.4118 \approx \boxed{20.4 \text{ cm}}$$

(b) K voit passer la longueur l à vitesse $0.860c$. Par conséquent,

$$v = l/t \to t = l/v = 0.204118/(0.860 \times 3 \times 10^8) = 7.91 \times 10^{-10} \text{ s} \approx \boxed{0.791 \text{ ns}}$$

Question 4. Conservation de E et p [5 points]

Une particule Λ^0 en mouvement vers $+x$ peut se désintégrer spontanément en un proton et un pion négatif: $\Lambda^0 \to p + \pi^-$. Les masses propres du proton et du pion sont $m_p = 938$ MeV$/c^2$ et $m_\pi = 140$ MeV$/c^2$. Dans une expérience, on observe que les proton et pion produits se dirigent tous deux vers $+x$ avec les quantités de mouvement: $p_p = 581$ MeV$/c$ et $p_\pi = 256$ MeV$/c$.

(a) Quelles sont les énergies, E_p et E_π, des proton et pion produits, en MeV?
(b) Quelle est l'énergie initiale totale, E_Λ, du Λ^0 en MeV?
(c) Quelle est la quantité de mouvement initiale $\mathbf{p}_\Lambda$, du Λ^0 en MeV$/c$?
(d) Quelle est la masse propre du Λ^0, en MeV$/c^2$?

$\boxed{\text{Solutions}}$

(a) De $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$, on trouve

$$E_p = \sqrt{581^2 + 938^2} = 1103.3608 \approx \boxed{1103 \text{ MeV}}, \qquad E_\pi = \sqrt{256^2 + 140^2} = 291.7807 \approx \boxed{292 \text{ MeV}}$$

(b) $E_\Lambda = 1103 + 292 \approx \boxed{1395 \text{ MeV}}$
(c) $\mathbf{p}_\Lambda = \mathbf{p}_p + \mathbf{p}_\pi = 581 + 256 = \boxed{837 \text{ MeV}/c \text{ vers } +x}$
(d) La masse est donnée par

$$mc^2 = \sqrt{E^2 - (pc)^2} = \sqrt{1395^2 - 837^2} = \boxed{1116 \text{ MeV}/c^2}$$

[suite page suivante...]

Question 5. Particules de masse nulle [4 points]

Un méson π^0 (masse propre: 135 MeV/c^2) se déplace vers $+x$ avec une énergie cinétique de 120 MeV et se désintègre en deux photons: un vers $+x$ et l'autre vers $-x$. Quelles sont les énergies des deux photons respectifs?

$\boxed{\text{Solution}}$

Les principes de conservation mènent à (avec toutes les énergies en MeV):

$$E_\pi = K_\pi + m_\pi c^2 = 135 + 120 = 255 = E_1 + E_2 \tag{1}$$

et

$$p_\pi = p_1 - p_2 = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c} \tag{2}$$

D'autre part, pour le π, nous avons

$$E_\pi^2 = (p_\pi c)^2 - (m_\pi c^2)^2 \to p_\pi c = \sqrt{E_\pi^2 - (m_\pi c^2)^2} = \sqrt{255^2 - 135^2} = 216.3331$$

de sorte que (2) devient

$$p_\pi c = E_1 - E_2 = 216.3331 \tag{3}$$

Ainsi, des équations (1) et (3), on obtient $(E_1 + E_2) + (E_1 - E_2) = 2E_1 = 255 + 216.3331 = 471.3331$ MeV, d'où $E_1 = 236$ MeV, et de l'équation (1), $E_2 = 255 - E_1 = 255 - 236 = 19$ MeV. Donc, les énergies des photons respectifs sont

$\boxed{E_1 = 236 \text{ MeV et } E_2 = 19 \text{ MeV}}$

Bonne chance!