

PHYSQ 208 – Devoir 4 (à rendre au cours du jeudi 6 octobre)

1. Énergie relativiste au LHC. Si l'énergie *cinétique* des protons (masse $938 \text{ MeV}/c^2$) accélérés au Large Hadron Collider (LHC) du CERN vaut 7.00 TeV ($1 \text{ TeV} = 10^6 \text{ MeV}$), calculez :

- leur quantité de mouvement, en TeV/c , avec 9 décimales, et
- leur vitesse β , avec 9 décimales.

2. Énergie cinétique relativiste. On bombarde des électrons (masse $511 \text{ keV}/c^2$) d'énergie *cinétique* de 9 GeV en collision frontale contre des positrons (identiques aux électrons, mais de charge positive) d'énergie *cinétique* de 3.1 GeV . Utilisez l'approximation $\sqrt{1-x} \cong 1 - \frac{1}{2}x$. Gardez 2 décimales différentes de 9 dans β .

- Que valent le facteur γ et la vitesse β de l'électron?
- Que valent le facteur γ et la vitesse β du positron?

3. Énergie relativiste. Un méson K^0 (masse $498 \text{ MeV}/c^2$) se déplace à vitesse $0.94c$ quand il se désintègre en une paire de mésons π^+ et π^- (masse $140 \text{ MeV}/c^2$). On demande de calculer la vitesse maximale et la vitesse minimale des mésons. (Pour (c) et (d), additionnez les *v relativistes!*)

- Dans le repère du K^0 (c.-à-d. où il est au repos), quelle est l'énergie cinétique *totale* des mésons π^+ et π^- ?
- Si l'énergie cinétique de chaque méson, π^+ et π^- , vaut la moitié de la réponse en (a), quelle sera la vitesse de chaque méson dans le repère du K^0 ?
- Dans le repère du laboratoire, quelle sera la vitesse maximale v_{max} d'un méson (c.-à-d. quand le méson se déplacera dans le même sens que le K^0 initial)?
- Dans le repère du laboratoire, quelle sera la vitesse minimale v_{min} d'un méson (c.-à-d. quand le méson se déplacera dans le sens opposé au K^0 initial)?

4. Énergie relativiste. Un méson K^0 (masse $498 \text{ MeV}/c^2$), initialement au repos, se désintègre en deux mésons neutres: $\pi^0 + \pi^0$ (masse $135 \text{ MeV}/c^2$ chacun).

- Combien d'énergie, en MeV, est alors libérée sous forme d'énergie cinétique des π^0 ?
- En sachant que l'énergie cinétique trouvée en (a) est répartie également entre les deux π^0 , quelle est la quantité de mouvement de chaque π^0 , en MeV/c ?
- Quelle est la vitesse finale β de chaque π^0 ?
- Du point de vue d'un π^0 , quelle sera la vitesse de l'autre π^0 ?

5. Particules de masse nulle. Un méson π^0 (de masse $135 \text{ MeV}/c^2$) se déplace vers $+x$ avec une énergie cinétique de 100 MeV , et se désintègre en deux photons: un vers $+x$ et l'autre vers $-x$.

- Quelle est la vitesse initiale du méson π^0 ?
- Quelle est l'énergie du photon qui se déplace vers $+x$?
- Quelle est l'énergie du photon qui se déplace vers $-x$?

PHYS 208, DEVOIR 4 (6 OCTOBRE 2022)

#1 (a) $E = K + mc^2 = 7000938 \text{ MeV}$

$$(pc)^2 = E^2 - (mc^2)^2$$

$$pc = \sqrt{7000938^2 - 938^2} \text{ MeV}$$

$$p = \boxed{7,000937937 \frac{\text{TeV}}{c}}$$

$$(b) \beta = \frac{pc}{E} = \frac{7,000937937}{7,000938}$$

$$= \boxed{0.999999991c}$$

#2. $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2}$ Avec $K = (\gamma - 1)mc^2$

$$(a) \gamma = 1 + \frac{K}{mc^2} = 1 + \frac{9000 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} = \boxed{17614}$$

on calcule $\beta = \boxed{0.9999999984}$

$$(b) \gamma = 1 + \frac{3100}{0.511} = \boxed{6068}$$

on donne $\beta = \boxed{0.9999999986}$

#8. (a) DANS LE REPÈRE DU K^0 :

$$\Sigma E: m_K c^2 = m_{\pi^+} c^2 + m_{\pi^-} c^2 + K$$

$$K = 498 - 2(140) = \boxed{218 \text{ MeV}}$$

(b) DE $E = \gamma mc^2 = K + mc^2$ où $K = \frac{218}{2} = 109$

$$\gamma = \frac{K + mc^2}{mc^2} = \frac{109 + 140}{140} = 1.779$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} c = \boxed{0.827c}$$

(c) $v_{\text{max}} = \frac{0.94c + 0.827c}{1 + 0.94(0.827)} = \boxed{0.994c}$

(d) $v_{\text{min}} = \frac{0.94c - 0.827c}{1 - 0.94(0.827)} = \boxed{0.508c}$

$$\#4. (a) m_K c^2 = 2m_\pi c^2 + K$$

$$K = m_K c^2 - 2m_\pi c^2 = 498 - 2(135) \\ = \boxed{228 \text{ MeV}}$$

$$(b) \text{ CHAQUE } \pi^0 \text{ A } K_\pi = \frac{228}{2} = 114 \text{ MeV}$$

$$\text{DONC } E_\pi = K_\pi + m_\pi c^2 = 114 + 135 = 249 \text{ MeV}$$

$$(pc)^2 = E^2 - (m_\pi c^2)^2 = 249^2 - 135^2$$

$$p = \boxed{209.2 \frac{\text{MeV}}{c}}$$

$$(c) \beta = \frac{pc}{E} = \frac{209.2}{249} = \boxed{0.840}$$

(d) ADDITION RELATIVISTE DE VITESSES:

$$\frac{0.840c + 0.840c}{1 + (0.84)(0.84)} = \boxed{0.985c}$$

LES π SONT EN DIRECTIONS OPPOSÉES, CAR $\sum \vec{p}_i = \vec{0}$.

#5.(a) $K = (\gamma - 1)mc^2$ DONNE

$$\gamma = 1 + \frac{K}{mc^2} = 1 + \frac{100}{135} = 1.7407, \text{ d'où}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \boxed{0.8185}$$

(b), (c) AVANT APRÈS



$$\Sigma E: K + mc^2 = 235 \text{ MeV} = E_1 + E_2 \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{p}: p_{\pi} = p_1 - p_2 = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c} \quad (2)$$

(car $E_1 = p_1 c$, $E_2 = p_2 c$)

$$\begin{aligned} \pi^0: p_{\pi} c &= \sqrt{E_{\pi}^2 - (m_{\pi} c^2)^2} \quad (\text{Aussi } p_{\pi} c = \beta E_{\pi}) \\ &= \sqrt{235^2 - 135^2} = 192.4 \text{ MeV} \end{aligned}$$

DE (1) ET (2): $E_1 + E_2 = 235 \text{ MeV}$

$$E_1 - E_2 = 192.4 \text{ MeV}$$

D'où

$$(b) \quad E_1 = 213.7 \text{ MeV}$$

$$(c) \quad E_2 = 21.3 \text{ MeV}$$