Faculty of Engineering and Department of Physics

Physique 131

Examen Mi- semestriel

Lundi le 27 février, 2012; 7:00 pm – 8:30 pm

---

1. Ni les notes ni les textes ne sont permis.
2. Les feuilles de formules sont attachés (peut être détaché).
3. Cet examen contient **7** problèmes et est noté de **50 points**. Essayez chaque parti de chaque problème.
4. Montrez votre travail d'une façon claire. Les calculs détaillés ne sont pas nécessaires pour les questions 1 à 3. Seulement la réponse finale serait note. Pour les questions 4 à 7, les détails et les calculs intermédiaires seront noté.
5. Écrivez votre solution directement sur la page avec les questions. Indicez clairement si le verso des pages devrait être noté.
6. Les calculatrices non-programmable sont permises. Éteindre tous vos téléphones cellulaires, laptops, etc.

NE séparé PAS les pages de l'examen contenant les problèmes.

Nom de famille: ____

Prénom: ____

ID#: ____________________

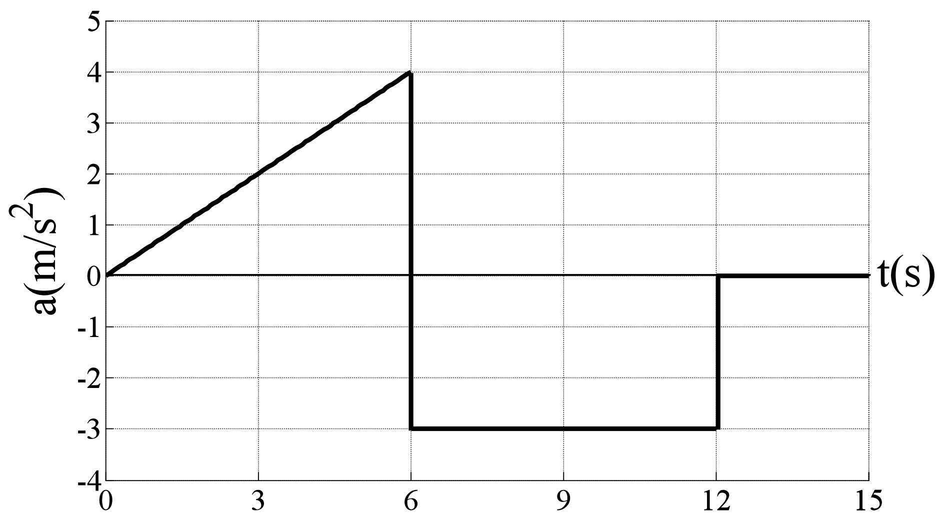
B2/EB2: Bowthorpe

S’il vous plaît, n’écrivez pas dans le tableau si-dessous.

Question	**Value (Points)**	**Mark**
1	5	
2	4	
3	6	
4	10	
5	9	
6	9	
7	7	
Total	50	

1. [5 Points]

Une particule commence du repos à $t = 0$ et est soumis à l'accélération montré dans la figure ci-dessous. Répondez aux questions données en bas.



(a) **[2]** A quel temps est-ce la vitesse atteint sa valeur maximale et quel est la vitesse à ce temps?

Réponse: ____

(b) **[1]** Quel est la valeur de la vitesse de la particule à $t = 12$ s?

Réponse: ____

(c) **[1]** Quel est la valeur de l'accélération moyenne de la particule durant l'intervalle de temps $t = 0$ s à $t = 12$ s?

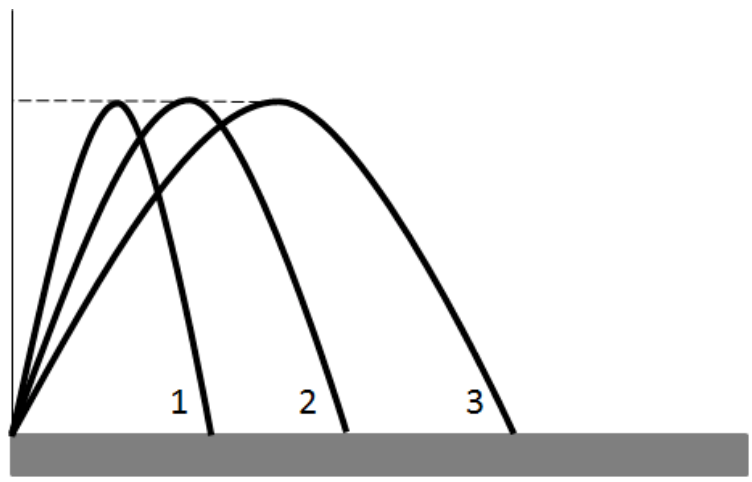
Réponse: ____

(d) **[1]** A quel temps entre $t = 0$ s à $t = 12$ s la particule atteint-elle sa déplacement maximale?

Réponse: ____

2. [4 Points]

Trois projectiles sont lancées de la même point et suivent les trajets indiquées ci-dessous, atteignant la même hauteur maximale.



(a) En haut de chaque trajet, classer les trajet dans les manières suivantes. **Classez les trajets du plus grand au plus petit et indiquez si deux ou trois sont égales.**

(i) **[1]** La grandeur de l'accélération tangentielle. Réponse: __________________

(ii) **[1]** La grandeur de l'accélération normale. Réponse: ____________________

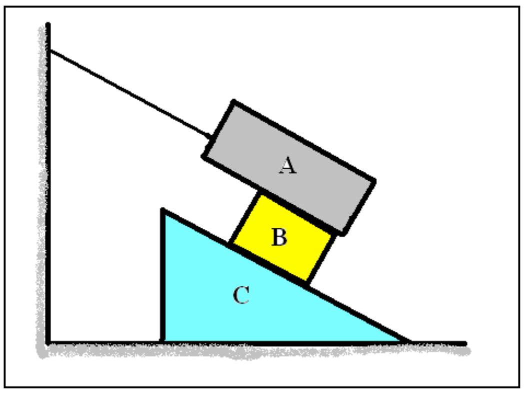
(b) Quand chaque particule est à la moîtié de sa hauteur maximale, classez les trajets dans les manières suivantes. Classez les trajets du plus grand au plus petit et indiquez si deux ou trois sont égales.

(i) **[1]** La grandeur de l'accélération tangentielle. Réponse: __________________

(ii) **[1]** La grandeur de l'accélération normale. Réponse: ____________________

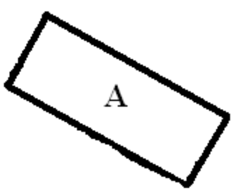
3. [6 Points]

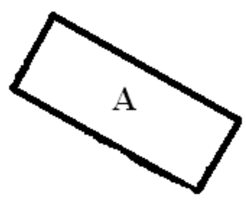
Bloc A est tenu par une corde attachée à une mur et est statique. Il est reposé sur le bloc B qui glisse vers le bas sur le coin incliné C. Le coin glisse sur le planché à cause du mouvement de B. Tous les surfaces (i.e. A, B, C, et le plancher)sont rugueux. Dessinez les diagrammes de forces et les diagrammes cinétiques pour Bloc A, Bloc B, et coin C. [Indiquez clairement les **corrects directions** de **chaque vecteur** sur chaque diagramme. Tous les symboles montrez sur vos diagrammes seront pris comme les valeurs positives.]

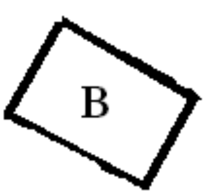


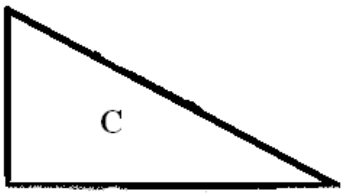
Diagrammes de Forces:

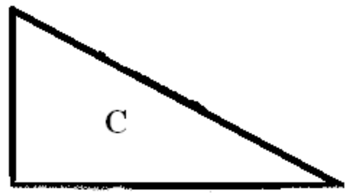
Diagrammes Cinétiques:











4. [10 Points]

Un voiture commence du repos et se déplace sur une trajet droit avec l'accélération donné ci-dessous:

$0 \le s \le 75$: $\quad a = 0.01s^2$
$75 \le s \le s'$: $\quad a = 75 - s$

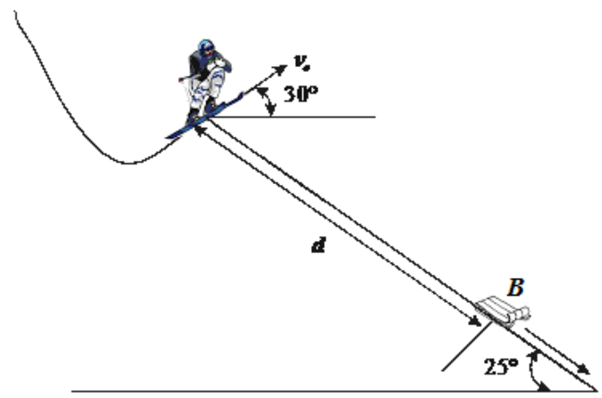
où s est en m et a est en m/s^2.

Construisez la graphique v-s pour $0 \le s \le s'$, et déterminez la distance totale s' parcouru avant que la voiture revient au repos.

5. [9 Points]

Un skieur par d'un saute avec une vitesse initiale de v_o à une angle de 30° en haut de l'horizontale. Après 2.75 seconds il atterrit sur la luge au point B, une distance *d* sur le plan incliné.

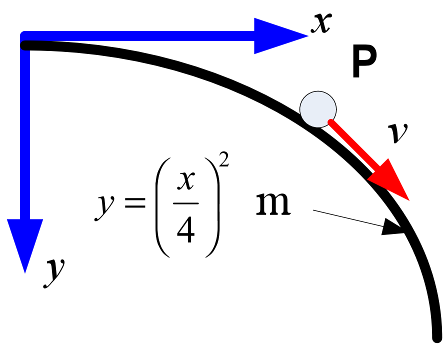
(a) **[5]** Trouvez la vitesse initiale v_o du skieur et la distance *d* sur le plan incliné.
(b) **[4]** Si la luge à une vitesse de 18 m/s vers le bas du plan incliné juste avant le skieur l'atterrit dessus, déterminez la vitesse du skieur par rapport à la luge à cet instant.



6. [9 Points]

Particule P se déplace vers le bas de la colline avec une vitesse scalaire donné par $v = \sqrt{2gy}$, où $g = 9.81$ m/s^2 et y est en m. Quand $x = 4$ m déterminez

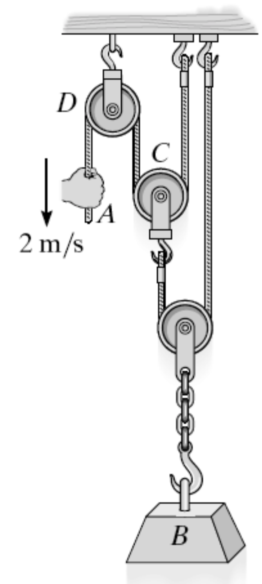
(a) **[5]** la composante normale de l'accélération, et
(b) **[4]** la composante tangentielle de l'accélération.



7. [7 Points]

Dans la systèmes de poulies montré ci-dessous,

(a) **[2]** Si la corde est tiré vers le bas au point A avec une vitesse scalaire constante de 2 m/s, quel est la vitesse scalaire de la poulie C? Spécifiez clairement la direction est la grandeur de la vitesse.



(b) **[5]** Maintenant considérez que la système commence au repos, pui la corde est tiré vers le bas avec une vitesse scalaire de $0.5t$ m/s (où t est en seconds). Combien de temps prend-t-il pour lever bloc B une distance vertical de of 2 m?

Fundamental Equations of Dynamics

KINEMATICS

Particle Rectilinear Motion

Variable a	*Constant* $a = a_c$
$a = \dfrac{dv}{dt}$	$v = v_0 + a_c t$
$v = \dfrac{ds}{dt}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$
$a\,ds = v\,dv$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$

Particle Curvilinear Motion

x, y, z Coordinates		*r, θ, z Coordinates*	
$v_x = \dot{x}$	$a_x = \ddot{x}$	$v_r = \dot{r}$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
$v_y = \dot{y}$	$a_y = \ddot{y}$	$v_\theta = r\dot{\theta}$	$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$	$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$

n, t, b Coordinates

$v = \dot{s}$	$a_t = \dot{v} = v\dfrac{dv}{ds}$
	$a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \quad \rho = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$

Relative Motion

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$

Rigid Body Motion About a Fixed Axis

Variable α	*Constant* $\alpha = \alpha_c$
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$	$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2$
$\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$

For Point P

$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$

Relative General Plane Motion—Translating Axes

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$

Relative General Plane Motion—Trans. and Rot. Axis

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$

$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$

KINETICS

Mass Moment of Inertia $I = \int r^2\,dm$

Parallel-Axis Theorem $I = I_G + md^2$

Radius of Gyration $k = \sqrt{\dfrac{I}{m}}$

Equations of Motion

Particle	$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$
Rigid Body (Plane Motion)	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G\alpha$ or $\Sigma M_P = \Sigma(\mathcal{M}_k)_P$

Principle of Work and Energy

$T_1 + U_{1-2} = T_2$

Kinetic Energy

Particle	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Rigid Body (Plane Motion)	$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$

Work

Variable force	$U_F = \int F \cos\theta\,ds$
Constant force	$U_F = (F_c \cos\theta)\,\Delta s$
Weight	$U_W = -W\,\Delta y$
Spring	$U_s = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$
Couple moment	$U_M = M\,\Delta\theta$

Power and Efficiency

$P = \dfrac{dU}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad \epsilon = \dfrac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \dfrac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$

Conservation of Energy Theorem

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

Potential Energy

$V = V_g + V_e$, where $V_g = \pm Wy$, $V_e = +\frac{1}{2}ks^2$

Principle of Linear Impulse and Momentum

Particle	$m\mathbf{v}_1 + \Sigma \int \mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2$
Rigid Body	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \Sigma \int \mathbf{F}\,dt = m(\mathbf{v}_G)_2$

Conservation of Linear Momentum

$\Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_2$

Coefficient of Restitution $e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$

Principle of Angular Impulse and Momentum

Particle	$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = (d)(mv)$
Rigid Body (Plane motion)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_G\,dt = (\mathbf{H}_G)_2$ where $H_G = I_G\omega$ $(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = I_O\omega$

Conservation of Angular Momentum

$\Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_2$

APPENDIX A Mathematical Expressions

Quadratic Formula

If $ax^2 + bx + c = 0$, then $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Hyperbolic Functions

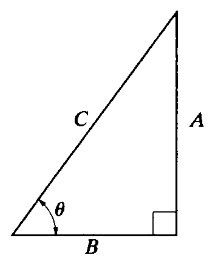
$\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}, \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}, \tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

Trigonometric Identities

$\sin \theta = \dfrac{A}{C}, \csc \theta = \dfrac{C}{A}$

$\cos \theta = \dfrac{B}{C}, \sec \theta = \dfrac{C}{B}$

$\tan \theta = \dfrac{A}{B}, \cot \theta = \dfrac{B}{A}$



$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$\sin(\theta \pm \phi) = \sin \theta \cos \phi \pm \cos \theta \sin \phi$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$\cos(\theta \pm \phi) = \cos \theta \cos \phi \mp \sin \theta \sin \phi$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$\cos \theta = \pm\sqrt{\dfrac{1 + \cos 2\theta}{2}}, \sin \theta = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos 2\theta}{2}}$

$\tan \theta = \dfrac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \qquad 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$

Power-Series Expansions

$\sin x = x - \dfrac{x^3}{3!} + \cdots \qquad \sinh x = x + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots$

$\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \cdots \qquad \cosh x = 1 + \dfrac{x^2}{2!} + \cdots$

Derivatives

$\dfrac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1}\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(uv) = u\dfrac{dv}{dx} + v\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$

$\dfrac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\sec u) = \tan u \sec u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\sin u) = \cos u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u\dfrac{du}{dx}$

$\dfrac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u\dfrac{du}{dx}$

Integrals

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln(a+bx) + C$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{-ba}}\ln\left[\frac{a+x\sqrt{-ab}}{a-x\sqrt{-ab}}\right] + C,\ ab < 0$$

$$\int \frac{x\,dx}{a+bx^2} = \frac{1}{2b}\ln(bx^2+a) + C,$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{a+bx^2} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b\sqrt{ab}}\tan^{-1}\frac{x\sqrt{ab}}{a} + C, ab > 0$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left[\frac{a+x}{a-x}\right] + C, a^2 > x^2$$

$$\int \sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2}{3b}\sqrt{(a+bx)^3} + C$$

$$\int x\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{-2(2a-3bx)\sqrt{(a+bx)^3}}{15b^2} + C$$

$$\int x^2\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2(8a^2-12abx+15b^2x^2)\sqrt{(a+bx)^3}}{105b^3} + C$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right] + C, a > 0$$

$$\int x\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} + C$$

$$\int x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{x}{4}\sqrt{(a^2-x^2)^3} + \frac{a^2}{8}\left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right) + C, a > 0$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2\ln\left(x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right)\right] + C$$

$$\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{1}{3}\sqrt{(a^2-x^2)^3} + C$$

$$\int x^2\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{x}{4}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} \mp \frac{a^2}{8}x\sqrt{x^2 \pm a^2} - \frac{a^4}{8}\ln\left(x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2\sqrt{a+bx}}{b} + C$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\ln\left[\sqrt{a+bx+cx^2} + x\sqrt{c} + \frac{b}{2\sqrt{c}}\right] + C,\ c > 0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-c}}\sin^{-1}\left(\frac{-2cx-b}{\sqrt{b^2-4ac}}\right) + C, c > 0$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int x\cos(ax)\,dx = \frac{1}{a^2}\cos(ax) + \frac{x}{a}\sin(ax) + C$$

$$\int x^2\cos(ax)\,dx = \frac{2x}{a^2}\cos(ax) + \frac{a^2x^2-2}{a^3}\sin(ax) + C$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$$

$$\int xe^{ax}\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + C$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x + C$$

$$\int \cosh x\,dx = \sinh x + C$$