

**Campus Saint-Jean (consolidé avec la Faculty of Engineering)**  
**PHYSQ 131 Examen Final**  
**Samedi, 21 avril, 2012; 14h – 16h30**  
**MCM 3-18**

---

1. Vous n'avez droit ni aux notes, ni au manuel.
2. Des feuilles de formules sont incluses, et elles peuvent être détachées.
3. Cet examen contient **9 problèmes** et vaut **60 points**. Essayez chaque partie de chaque problème.
4. Expliquez votre travail d'une façon claire et logique. Pour les questions 1 à 4, seulement la réponse finale comptera. Pour les questions 5 à 9, les détails et les calculs intermédiaires compteront.
5. Écrivez vos solutions directement sur les pages de questions. Indiquez clairement si le verso des pages devrait être corrigé.
6. Les calculatrices non-programmables sont permises. Fermez vos téléphones cellulaires, ordinateurs portables, etc.

**NE SÉPAREZ PAS** les pages de l'examen contenant les problèmes.

---

**NOM DE FAMILLE:** \_\_\_\_\_

**PRÉNOM:** \_\_\_\_\_

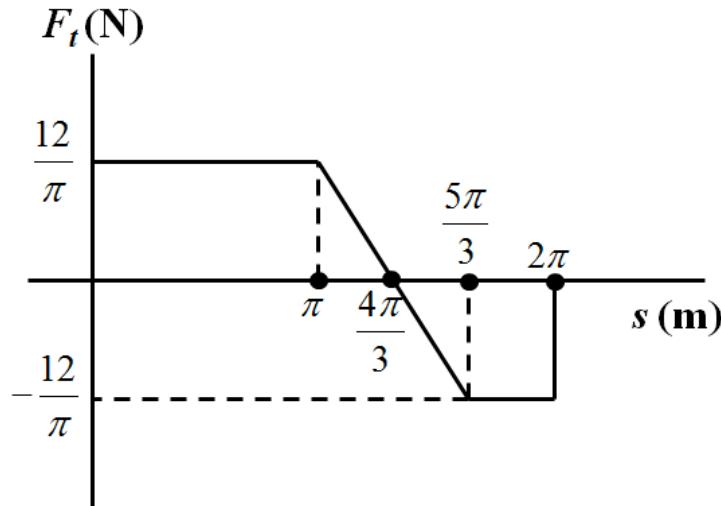
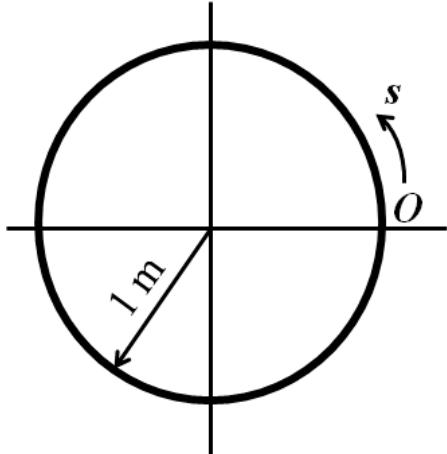
**ID#:** \_\_\_\_\_

**B2/EB 2:** Bowthorpe

**S'il vous plaît, n'écrivez pas dans le tableau ci-dessous.**

<b>Question</b>	<b>Valeur (Points)</b>	<b>Note</b>
<b>1</b>	<b>6</b>	
<b>2</b>	<b>4</b>	
<b>3</b>	<b>3</b>	
<b>4</b>	<b>3</b>	
<b>5</b>	<b>8</b>	
<b>6</b>	<b>8</b>	
<b>7</b>	<b>10</b>	
<b>8</b>	<b>8</b>	
<b>9</b>	<b>10</b>	
<b>Total</b>	<b>60</b>	

1. [6 points] Une particule de masse  $m = 10 \text{ kg}$  commence du point O et se déplace le long d'un cercle avec un rayon de 1 m dans le sens anti-horaire, montré ci-dessous à gauche. À  $s = 0$ , la vitesse scalaire de la particule est 1 m/s. La force totale qui agit sur la particule **dans la direction tangentielle** ( $F_t$ ) est donnée en fonction de  $s$  ci-dessous à droite.



- (a) [1] Quel est la grandeur de l'accélération totale de la particule quand  $s = 0$ ?

Réponse:

---

- (b) [1] Quel est la vitesse scalaire de la particule quand elle revient au point O ( $s = 2\pi$  mètres)?

Réponse:

---

- (c) [2] À quel  $s$  est-ce que la **direction normale** de la force totale sur la particule est minimum? Quel est le minimum net de la force normale?

Réponse:

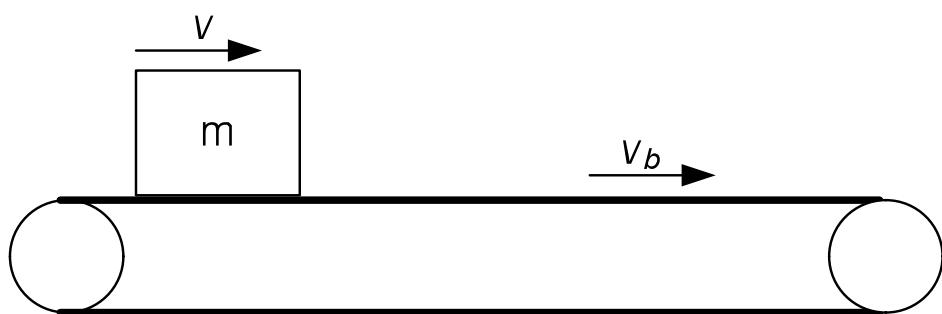
---

- (d) [2] À quel  $s$  est-ce que la **direction normale** de la force totale sur la particule est maximum? Quel est le maximum net de la force normale?

Réponse:

---

2. [4 points] Un bloc de masse  $m$  tombe sur un tapis roulant avec une vitesse vectorielle  $v$ , tel que montré ci-dessous. Le tapis roulant se déplace avec une vitesse vectorielle constante  $v_b$  ( $< v$ ). À cause de la friction cinétique entre le bloc et le tapis roulant (coefficient de friction cinétique =  $\mu_k$ ), le bloc va éventuellement arrêter de glisser par rapport au tapis roulant. Pour déterminer la distance  $d$  que le bloc glisse **par rapport au tapis roulant**, les systèmes d'équations pour le bloc sont proposés ci-dessous. Dans ces équations,  $a$  est l'accélération du bloc par rapport au sol,  $s$  est le déplacement du bloc par rapport au sol,  $t$  est le temps pendant lequel le bloc glisse par rapport au tapis roulant, et  $g$  est la grandeur de l'accélération due à la gravité. Quelques-uns de ces systèmes d'équations sont corrects alors que les autres ne le sont pas. Encerclez votre choix de VRAI ou FAUX après chaque système d'équations. [1 point pour chaque réponse correcte.]



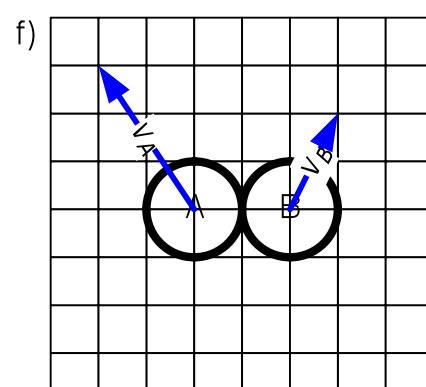
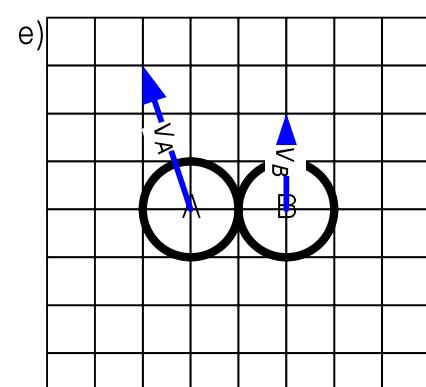
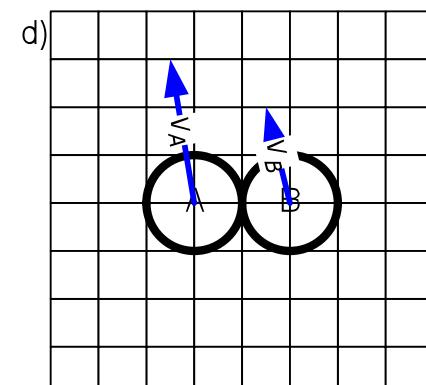
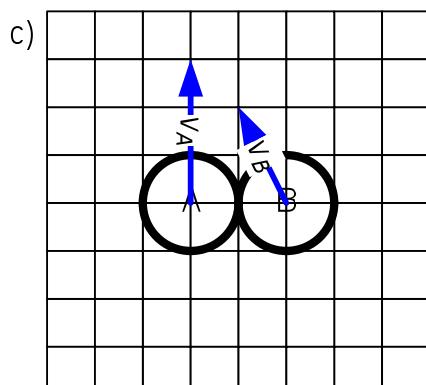
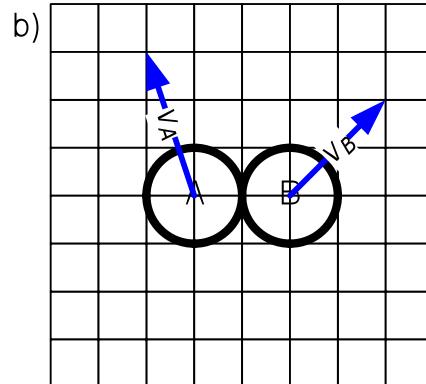
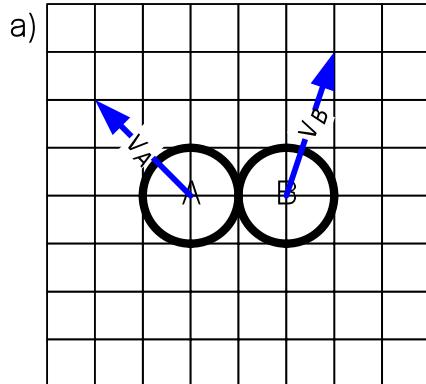
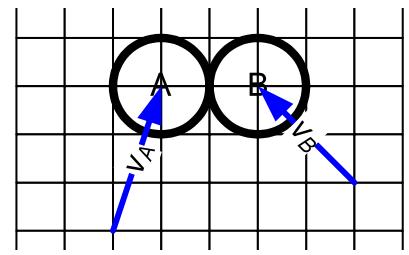
(a) 
$$\begin{cases} -\mu_k mg = ma \\ v_b^2 = v^2 + 2ad \end{cases}$$
 VRAI FAUX

(b) 
$$\frac{1}{2}mv^2 - \mu_k mgd = \frac{1}{2}mv_b^2$$
 VRAI FAUX

(c) 
$$\frac{1}{2}m(v - v_b)^2 - \mu_k mgd = 0$$
 VRAI FAUX

(d) 
$$\begin{cases} mv - \mu_k mgt = mv_b \\ s = vt - \frac{\mu_k g}{2}t^2 \\ s = d + v_b t \end{cases}$$
 VRAI FAUX

3. [3 points] Deux particules A et B de même masse ont les vitesses vectorielles montrées dans la figure à droite. Si les deux particules entrent en collision, encerclez la(les) situation(s), montrée(s) dans la figure ci-dessous, qui représente(nt) les vitesses vectorielles possibles pour les particules **après l'impact**. Les vitesses vectorielles sont montrées à l'échelle. [0.5 points pour chaque réponse correcte.]



4. [3 points] Une balle solide uniforme roule sans glisser vers le sommet d'une colline. Au sommet de la colline, elle se déplace horizontalement quand elle tombe de l'escarpement.

Considérez la balle aux trois endroits montrés ci-dessous :

A = juste avant de rouler vers le sommet de la colline;

B = au sommet de la colline, en se déplaçant horizontalement; et

C = juste avant de frapper le sol.

Classez les trois positions **de la plus grande à la plus petite** (et indiquez s'il y a des égalités avec le symbole =) en termes de :

- (a) [1] L'énergie cinétique *totale*

Réponse: \_\_\_\_\_

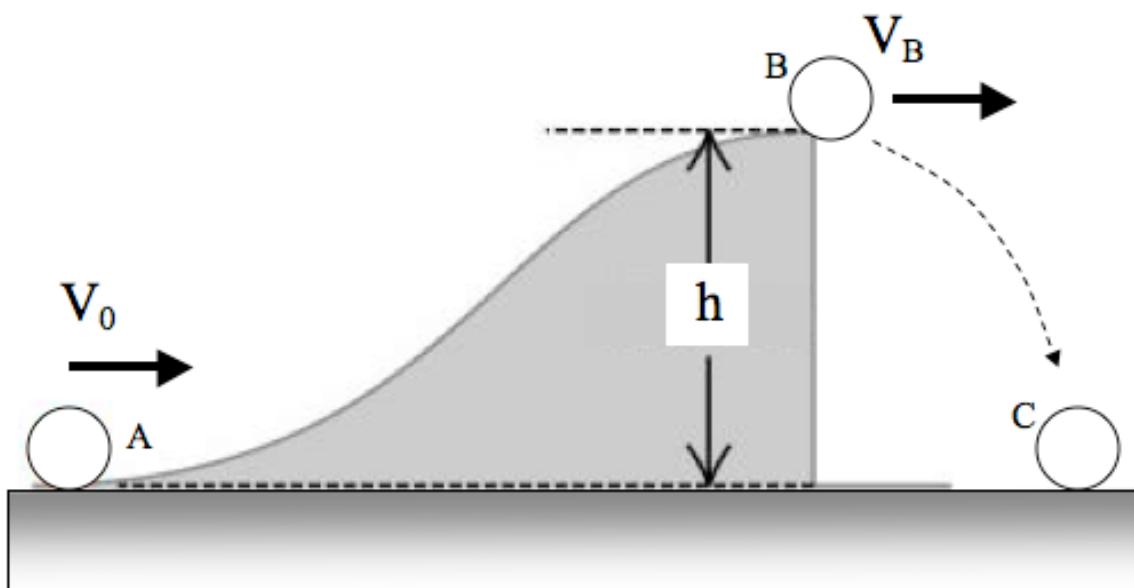
- (b) [1] L'énergie cinétique de *rotation*

Réponse: \_\_\_\_\_

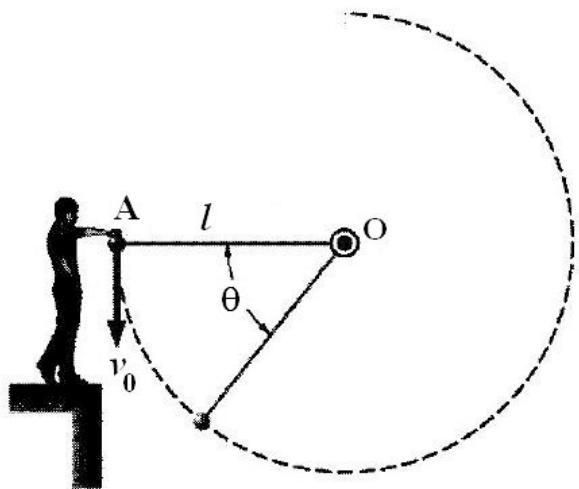
- (c) [1] L'énergie cinétique de *translation*

Réponse: \_\_\_\_\_

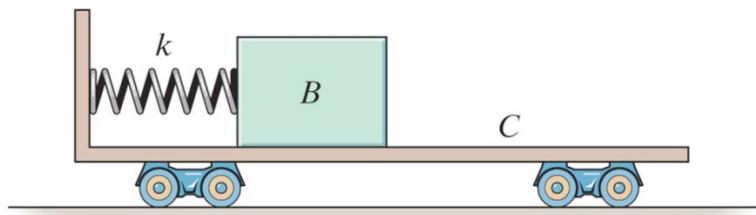
Pour une balle solide uniforme de masse  $m$  et de rayon  $R$ , le moment d'inertie autour de son centre de masse est donné par  $2mR^2/5$ .



5. [8 points] La sphère au point A a une vitesse vectorielle  $v_0$  vers le bas d'une grandeur de 16.0 ft/s et se déplace dans un plan vertical au bout d'une corde de longueur  $l = 6.00$  ft attachée à un support au point O. Déterminez l'angle  $\theta$  où la corde va casser, sachant qu'elle peut soutenir une tension maximale égale au double du poids de la sphère.



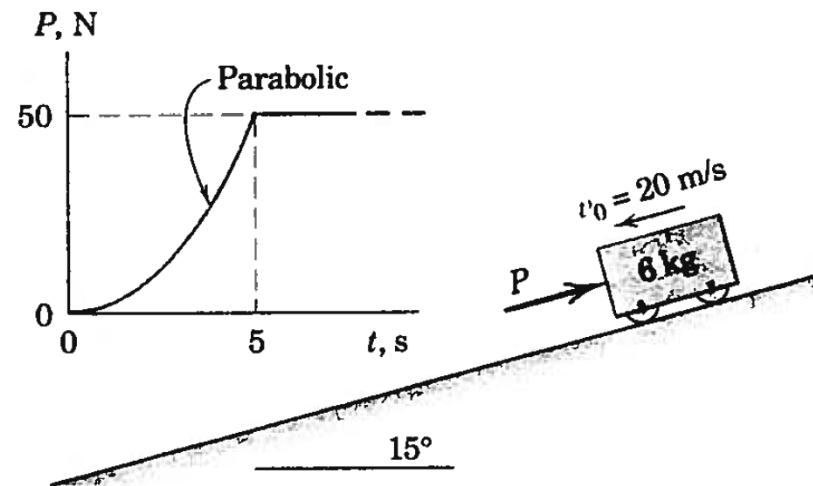
6. [8 points] Le bloc B a une masse de 50 kg et repose sur la surface lisse du chariot C, qui a une masse de 75 kg. Un ressort sans masse avec une constante de ressort  $k = 300 \text{ N/m}$  est attaché au chariot. Le bloc B est pressé contre le ressort, en le comprimant de 0.200 m, comme indiqué dans la figure ci-dessous. Le système est lâché du repos. Déterminez la **vitesse vectorielle relative du bloc par rapport au chariot** quand le ressort atteint sa position d'équilibre. Négligez la masse des roues du chariot et la force de friction entre le chariot et le sol.



PROBR1\_015-016.jpg  
Copyright © 2010 Pearson Prentice Hall, Inc.

7. [10 points] Le chariot de 6 kg se déplace vers le bas d'un plan incliné lisse avec une vitesse scalaire de  $v_0 = 20$  m/s à  $t = 0$ , et au même moment, la force  $P$  commence à agir tel que montré ci-dessous. La force est décrite par  $P = 2t^2$  pendant les premières 5 secondes, et par la suite, elle est constante et égale à 50 N. Déterminez :

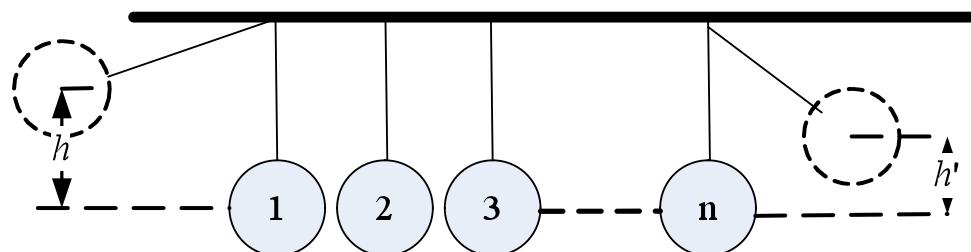
- (a) [6] La vitesse vectorielle du chariot au temps  $t = 8$  s;  
 (b) [4] Le temps  $t$  auquel la vitesse vectorielle du chariot est zéro.



8. [8 points]  $n$  sphères identiques sont suspendues par des fils de longueur égale et tels que les sphères se touchent à peine. La sphère 1 est lâchée d'une hauteur de  $h$  et frappe la sphère 2, puis la sphère 2 frappe la sphère 3, et la sphère 3 frappe la sphère 4...; enfin, la sphère  $(n-1)$  frappe la sphère  $n$ , qui monte à une hauteur de  $h'$ , montré ci-dessous. Supposez que l'impact entre chaque paire de sphères se passe seulement une fois et que le coefficient de restitution entre chaque paire de sphères est  $e$ .

(a) [4] Considérez la collision entre la sphère  $(i+1)$  et la sphère  $(i)$ . Déterminez la proportion de la vitesse scalaire de la sphère  $(i+1)$  après l'impact à celle de la sphère  $i$  avant l'impact,  $(v'_{i+1}/v_i)$ . Exprimez votre réponse en termes de  $e$ .

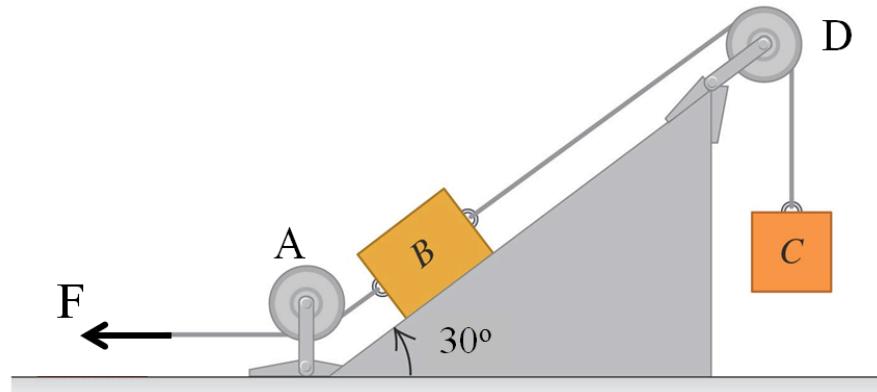
(b) [4] Déterminez la proportion de  $h'/h$ . Exprimez votre réponse en termes de  $e$  et  $n$ .



9. [10 points] Les blocs B ( $m_B = 20 \text{ kg}$ ) et C ( $m_C = 30 \text{ kg}$ ) montrés dans la figure sont reliés par des cordes de masse négligeable et les poulies A et D ont des masses non-négligeables ( $m_A = 5 \text{ kg}$  et  $m_D = 10 \text{ kg}$ ). Les deux poulies peuvent être traitées comme les disques pleins uniformes de rayon  $R = 0.5 \text{ m}$ . Les cordes sont enroulées d'une façon serrée autours des poulies, de sorte que les cordes ne glissent pas sur les poulies. Le coefficient de friction cinétique entre B et le plan incliné est 0.35. Une force horizontale  $F$  est appliquée sur le système de façon que le bloc C ait une accélération de  $5 \text{ m/s}^2$  vers le haut.

- (a) [4] Trouvez la tension dans la corde entre la poulie D et le bloc B  
 (b) [6] Déterminez la grandeur de la force F.

Pour un disque plein uniforme de masse  $m$  et de rayon  $R$ , le moment d'inertie autour de son centre de masse est donné par  $mR^2/2$ .



## Fundamental Equations of Dynamics

### KINEMATICS

#### Particle Rectilinear Motion

Variable $a$	Constant $a = a_c$
$a = \frac{dv}{dt}$	$v = v_0 + a_c t$
$v = \frac{ds}{dt}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$
$a ds = v dv$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$

#### Particle Curvilinear Motion

$x, y, z$ Coordinates	$r, \theta, z$ Coordinates
$v_x = \dot{x}$	$a_x = \ddot{x}$
$v_y = \dot{y}$	$a_y = \ddot{y}$
$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$
$v = \dot{s}$	$a_t = \dot{v} = v \frac{dv}{ds}$
	$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad \rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{ d^2y/dx^2 }$

#### Relative Motion

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

#### Rigid Body Motion About a Fixed Axis

Variable $\alpha$	Constant $\alpha = \alpha_c$
$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$
$\omega d\omega = \alpha d\theta$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$

#### For Point P

$$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$$

#### Relative General Plane Motion—Translating Axes

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$$

#### Relative General Plane Motion—Trans. and Rot. Axis

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$$

### KINETICS

$$\text{Mass Moment of Inertia} \quad I = \int r^2 dm$$

$$\text{Parallel-Axis Theorem} \quad I = I_G + md^2$$

$$\text{Radius of Gyration} \quad k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

### Equations of Motion

<b>Particle</b>	$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$
<b>Rigid Body</b> (Plane Motion)	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G \alpha$ or $\Sigma M_P = \Sigma (M_k)_P$

#### Principle of Work and Energy

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

#### Kinetic Energy

<b>Particle</b>	$T = \frac{1}{2} mv^2$
-----------------	------------------------

<b>Rigid Body</b> (Plane Motion)	$T = \frac{1}{2} mv_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$
-------------------------------------	---

#### Work

$$\text{Variable force} \quad U_F = \int F \cos \theta \, ds$$

$$\text{Constant force} \quad U_F = (F_c \cos \theta) \Delta s$$

$$\text{Weight} \quad U_W = -W \Delta y$$

$$\text{Spring} \quad U_s = -(\frac{1}{2} ks_2^2 - \frac{1}{2} ks_1^2)$$

$$\text{Couple moment} \quad U_M = M \Delta \theta$$

#### Power and Efficiency

$$P = \frac{dU}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad \epsilon = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$$

#### Conservation of Energy Theorem

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

#### Potential Energy

$$V = V_g + V_e, \text{ where } V_g = \pm W y, V_e = +\frac{1}{2} k s^2$$

#### Principle of Linear Impulse and Momentum

<b>Particle</b>	$mv_1 + \sum \int \mathbf{F} dt = mv_2$
-----------------	---

<b>Rigid Body</b>	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \sum \int \mathbf{F} dt = m(\mathbf{v}_G)_2$
-------------------	---

#### Conservation of Linear Momentum

$$\Sigma (\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma (\text{syst. } m\mathbf{v})_2$$

$$\text{Coefficient of Restitution} \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

#### Principle of Angular Impulse and Momentum

<b>Particle</b>	$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = (d)(mv)$
-----------------	--

<b>Rigid Body</b> (Plane motion)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \sum \int \mathbf{M}_G dt = (\mathbf{H}_G)_2$ where $H_G = I_G \omega$
	$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = I_O \omega$

#### Conservation of Angular Momentum

$$\Sigma (\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma (\text{syst. } \mathbf{H})_2$$