

Examen partiel I, le mercredi 10 octobre, de 8h30 à 9h30.

Matériel permis: calculatrice et formulaire.

Répondez seulement à QUATRE questions et indiquez clairement lesquelles doivent être corrigées. Leurs valeurs sont égales.

**Question 1.** Un collègue vous dit que, croyez-le ou non, la fonction suivante représente un oscillateur harmonique simple consistant en une masse de 100 g attachée au bout d'un ressort de constante  $k$ :

$$x(t) = 2 \sin(5t) + 3 \cos(5t) \quad (\text{en m}).$$

Vous décidez de vérifier si c'est vrai en écrivant  $x(t)$  sous la forme

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi).$$

- (a) Quelle est la pulsation  $\omega$ ?
- (b) Que vaut l'amplitude  $A$ ?
- (c) Quelle est la constante de phase  $\phi$ ?
- (d) Quelle est la constante du ressort  $k$ ?

**Question 2.** La position d'un bloc attaché à un ressort est donnée par  $x(t) = 0.2 \sin(12t + 0.2)$  m. Trouvez: (a) l'accélération quand  $x = 0.08$  m, et (b) le premier instant (positif) auquel  $x = +0.1$  m avec  $v < 0$ .

**Question 3.** Soit une particule de masse 40 g plongée dans un système décrit par le potentiel

$$U(x) = -x^2 + x^4.$$

- (a) Déterminez les positions d'équilibre de la particule.
- (b) Quelle est la pulsation  $\omega$  des oscillations autour de chaque point d'équilibre?

**Question 4.** Une tige suspendue en son centre oscille comme un pendule de torsion avec une période de 0.3 s. Son moment d'inertie est  $I_{\text{avant}} = 0.5$  kg m<sup>2</sup>. Lorsqu'on y attache un objet de moment d'inertie  $I_{\text{objet}}$ , la période devient 0.4 s. Sachant que le moment d'inertie est une quantité additive, c.-à-d.  $I_{\text{après}} = I_{\text{avant}} + I_{\text{objet}}$ , quel est  $I_{\text{objet}}$ ? (*Indice*: la période  $T$  est directement proportionnelle à  $\sqrt{I}$ .)

**Question 5.** À un instant donné du mouvement d'un système masse-ressort, on a:  $x = 4.8$  cm,  $v = 22$  cm/s et  $a = -9$  m/s<sup>2</sup>. Sachant que la constante de rappel du ressort est  $k = 36$  N/m, trouvez: (a) la fréquence angulaire; (b) la masse du bloc, et (c) l'énergie mécanique totale du système.



③ (a)  $U(x) = -x^2 + x^4$ ,  $m = 40g$

$U'(x) = -2x + 4x^3 = -2x(1-2x^2) = 0$  à  $x = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

$U''(x) = -2 + 12x^2 = -2(1-6x^2) < \begin{matrix} -2 \\ 2 \end{matrix}$  à  $x=0$   
 à  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftarrow \text{Équilibre}$

(b)  $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$  avec  $k = U''(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}) = 4$   
 $m = 40g = 0.04kg$

$\omega = \sqrt{\frac{4}{0.04}} = \boxed{\frac{10 \text{ rad}}{s}}$

$\frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{I_f + 0.5}{I_i - 0.5}}$  (or by  $I_{sat}$  additive)

④ (HB p. 26 E28)  
 indice  $I$  additive

$\omega \propto \sqrt{\frac{1}{I}}$  implique  $T \propto \sqrt{I}$  et donc

$\frac{T_f}{T_i} = \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{I_f + 0.5}{0.5}}$

$\frac{16}{9} = \frac{I + 0.5}{0.5} \rightarrow \frac{8}{9} - 0.5 = \frac{I}{0.5}$

$I = 0.389 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Phy 130

Q (HB p. 28 E43)  $x = 4.8 \text{ cm}$ ,  $v = 22 \text{ cm/s}$ ,  $a = -9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $k = 36 \text{ N/m}$

(a)  $a = -\omega^2 x$   $\Rightarrow \omega = \sqrt{-\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{-(-900 \text{ cm/s}^2)}{4.8}} = 13.7 \text{ rad/s}$

(b)  $m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{36}{13.7^2} = 0.192 \text{ kg or } 192 \text{ g}$

(c)  $E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} (0.192) (0.22)^2 + \frac{1}{2} (36) (0.048)^2 = 0.0461 \text{ J}$   
 $46.1 \text{ mJ}$