1. LOI DE HOOKE: CAS DU RESSORT

Introduction.

La loi de Hooke est fondamentale dans l'étude du mouvement oscillatoire. Elle est utilisée, entre autres, dans les théories décrivant les forces agissant entre les atomes dans un solide. Le but de cette expérience est d'utiliser la loi de Hooke pour investiguer les propriétés statiques et dynamiques d'un ressort.

Matériel.

Trépier avec règle, ressort à boudin, chronomètre, 5 masses de 50 g.

PREMIÈRE PARTIE: Cas statique.

Nous considérons un système où une masse m est suspendue à l'extrémité d'un ressort dont la position à l'équilibre est représentée par x_0 (sur la figure 1(a)), et l'étirement par x (sur la figure 1(b)). (Ces deux valeurs sont mesurées dans la direction verticale). Le système est illustré ci-dessous:

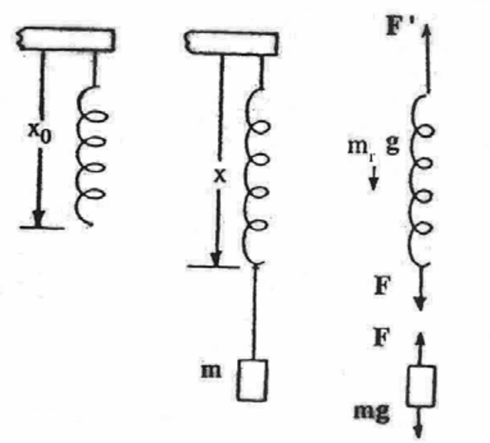

Figure 1(a) Figure 1(b) Figure 1(c)

À la figure 1(c), m_r représente la masse du ressort, $\mathbf{F}'$ est la force exercée sur le ressort par le point d'attache supérieur, et $\mathbf{F}$ est la force exercée sur le ressort par la masse qui est attachée au point inférieur (d'après la troisième loi de Newton, $\mathbf{F}$ est égale à la force exercée sur la masse par le ressort).

Dans la situation *statique* (c.-à-d. où il n'y a pas de mouvement), les forces ont comme grandeurs:

$$\begin{aligned} F &= mg, \\ F' &= (m + m_r)\, g. \end{aligned} \tag{1}$$

Tant que le ressort est dans son *domaine d'élasticité*, l'élongation $x - x_0$ est approximativement proportionnelle à la force exercée par le ressort:

$$F \propto x - x_0.$$

On peut écrire cette relation sous forme d'équation comme

$$F = -k(x - x_0), \tag{2}$$

ou encore $F = -kx$, si l'origine est placée au point x_0. Le signe moins indique que la force exercée par le ressort est dans la direction opposée à l'élongation. La relation de proportionnalité (2) est appelée *loi de Hooke.* La constante k est appelée *constante de Hooke* et elle a les dimensions d'une force par unité de longueur (*i.e.* N/m en unités SI).

Le but de cette première partie sera pour vous de déterminer la valeur de la constante du ressort utilisé et le domaine de validité de la loi de Hooke. L'équation (2) signifie que si l'on trace F en fonction de $x - x_0$, le graphique sera une droite. En pratique, cependant, ce comportement existera seulement pour un domaine fini de x, car la loi de Hooke n'est valide que pour de faibles étirements et des forces petites. En appliquant une force F trop faible, quelques spires restent comprimés ensemble à cause de la tension interne du ressort. Par conséquent, le ressort peut ne pas se comporter initialement suivant la loi de Hooke. C'est pourquoi le graphe de F en fonction de $x - x_0$ n'est pas une droite partout (*i.e.* pour toutes les valeurs de F). À l'autre extrême, lorsque la force appliquée est trop grande, le ressort dépasse sa *limite d'élasticité* et subit une déformation permanente (*i.e.* il ne revient pas à sa forme initiale). Encore une fois, lorsque le ressort a dépassé cette limite, la fonction de F en fonction de $x - x_0$ n'est plus linéaire, et donc son graphique n'est plus une droite.

Manipulations.

L'équation (2) implique quatre quantités: la force F, la constante du ressort k, la position x de l'extrémité inférieure du ressort lorsqu'un poids lui est attaché et la position x_0 de cette même extrémité, mais sans masse. Dans le but de tester l'équation (2), on mesure la position x pour différentes valeurs de la masse accrochée au ressort. La force est alors $F = mg$ ($g = 9.81 \pm 0.01$ m/s^2), et l'élongation est donnée par la différence $x - x_0$.

Les manipulations consistent donc à accrocher chaque masse contenue dans la liste du tableau ci-dessous, et mesurer pour chacune la position finale de l'extrémité inférieure du ressort x. Il n'est pas nécessaire d'ajouter les masses de 50 g une après l'autre, mais vous pouvez procéder *e.g.* dans l'ordre 50 g, 250 g, 100 g, 200 g, etc. dans le but d'alterner la tension sur le ressort. *Retenez bien le plateau quand vous en retirez plusieurs masses; sinon, vous risquez de blesser quelqu'un!*

masse $m \pm 1$ (g)	position ressort $x \pm 0.1$ (cm)	force $F = m \times 9.81$ m/s^2 (N)	élongation $(x - x_0)$ (m)
50			
100			
150			
200			
250			

Figure 2

Résultat/Analyse.

L'équation (2) montre qu'un graphique de F versus $x - x_0$ devrait être une droite passant par l'origine. Cependant, en pratique, ce n'est pas le cas (comme nous l'avons mentionné précédemment), car pour de très petites forces le ressort ne satisfait pas la loi de Hooke. Le ressort devrait cependant satisfaire cette loi dans une grande partie du graphique. *Tracez un graphique de F (sur l'axe y) en fonction de $x - x_0$ (sur l'axe x), de façon à pouvoir déterminer le domaine de validité de la loi de Hooke.* (Faites attention aux unités: 50 g=5×10^{-2} kg, etc.) Il ne s'agit que d'identifier à l'oeil le domaine de x pour lequel les points semblent former une ligne droite. Tracez ensuite une droite qui passe par la moyenne de ces points. Identifiez le domaine d'extension pour lequel ce ressort satisfait la loi de Hooke. Calculez la pente de la droite et l'erreur sur cette pente pour la portion linéaire du graphique. La constante du ressort k est donc égale à la pente de votre graphique. Elle sera comparée à la valeur que vous mesurerez dans la deuxième partie.

DEUXIÈME PARTIE: Cas dynamique.

Supposons qu'un corps de masse m soit suspendu à un ressort idéal de constante k, de façon à ce que le système soit en équilibre. Si le corps est déplacé d'une faible distance et ensuite relâché, il entrera en *oscillation harmonique simple*, en autant que la position de l'extrémité du ressort soit dans le domaine de validité de la loi de Hooke (décrit dans la première partie). Cela implique que si les oscillations sont assez petites, le mouvement se répètera continuellement avec une période de vibration T.

Si la masse du ressort est négligeable comparée à la charge m, la théorie d'un ressort idéal prédit que la période du ressort sera donnée par

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m. \tag{3}$$

En pratique la masse m_r du ressort contribue à l'inertie du système. Nous admettrons, sans le démontrer, que la période d'oscillation est alors donnée par

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}\left(m + \frac{m_r}{3}\right). \tag{4}$$

Dans cette partie de l'expérience, les variables sont T et m. Pour tester l'équation (4), nous varierons la masse m et mesurerons les périodes correspondantes. Notre but est de déterminer la constante du ressort k et la masse du ressort m_r à l'aide d'un graphique de la période T versus la masse m.

Manipulations.

Avant de commencer, il est important d'estimer l'incertitude sur les valeurs de m et T. Les masses utilisées dans cette expérience sont précises à environ 1%. Comme cette erreur est assez petite, *négligez l'erreur sur les valeurs étiquettées sur les poids.*

Commencez l'expérience en accrochant 50 g au ressort, et en étirant celui-ci d'environ 2 cm hors de sa position d'équilibre. Relâchez la masse et, après quelques oscillations, mesurez le temps requis pour effectuer cinquante oscillations. Faites attention de compter "zéro" au moment où vous faites démarrer votre chronomètre. Aussi, il est préférable de ne pas laisser l'aiguille du plateau frotter contre la règle. Répétez la procédure en augmentant la masse de 50 g, jusqu'à un maximum de 250 g. Enregistrez les mesures dans un tableau tel que celui montré ci-dessous.

masse m (g)	temps de 50 oscillations $t \pm \Delta t$ (s)	Période $T = \frac{t}{50}$ (s)	Période au carré $T^2 \pm \Delta(T^2)$ (s^2)
50			
100			
150			
200			
250			

Figure 3

Résultat/Analyse.

L'équation (4) montre que T^2 dépend de la masse suspendue m de façon linéaire. Il faut donc déterminer les valeurs de T^2 et de l'incertitude $\Delta(T^2)$ (cette dernière est obtenue de la période T et de l'incertitude ΔT). *Tracez un graphique de T^2 en fonction de m pour pouvoir déterminer la constante du ressort k et la masse du ressort m.* Tracez le graphique en utilisant la plus grande échelle possible qui puisse inclure l'origine. Pour chaque point de votre tableau, veuillez inclure les barres (verticales) d'erreur correspondant à $\pm\Delta(T^2)$. Tracez la droite qui passe par la moyenne des points (dans la région droite), puis tracez les droites de pentes maximum et minimum. Ces deux droites ne sont pas obligées de traverser toutes les barres d'erreur.

Cependant, elles devraient croiser le 2/3 des barres d'erreur.

Calculez la pente et l'ordonnée à l'origine en utilisant la droite moyenne. Déterminez ensuite les erreurs sur ces quantités à l'aide des droites extrêmes. La pente vous permettra d'obtenir $k \pm \Delta k$, et l'ordonnée à l'origine, $m_r \pm \Delta m_r$. Est-ce que la valeur de k calculée ainsi tombe dans la marge d'erreur de la valeur de k calculée dans la première partie?

Questions.

1. Supposez que deux expériences soient effectuées dans le but de mesurer la période d'oscillation d'un pendule. La première expérience donne un résultat expérimental de 2.07 ± 0.02 secondes, et la seconde, 2.04 ± 0.02 secondes. Est-ce que ces deux résultats sont égaux, à erreur près? Expliquez brièvement votre réponse.

2. L'équation (4) révèle que T^2 dépend de la masse suspendue m, de sorte que le graphique de T^2 en fonction de m est linéaire. Quelles quantités correspondent à la pente et à l'ordonnée à l'origine?

Conclusion.

Assurez-vous de répondre aux questions ci-dessus, puis résumez brièvement vos résultats. Incluez un calcul d'erreur détaillé, ainsi que l'erreur sur vos résultats finaux.