

VITESSE LIMITE DANS UN FLUIDE (SÉMINAIRE)

1 But

Ce séminaire contient quelques exercices sur la densité, la pression des fluides, l'effet de la profondeur et le principe de Pascal, ainsi qu'une brève expérience sur la vitesse limite d'un objet dans un fluide. Les notes ci-dessous sont un rappel des concepts nécessaires pour répondre aux questions du séminaire, qui seront distribuées dans le laboratoire, ainsi qu'une liste de manipulations pour déterminer la vitesse limite de petites billes dans la glycérine.

2 Densité d'une fluide

La *densité* ρ d'un objet est définie par

$$\rho \equiv \frac{M}{V},$$

où M est la masse correspondant à un volume V de cet objet. Par conséquent, la masse Δm d'un petit volume ΔV de cet objet est donnée par

$$\Delta m = \rho \Delta V.$$

3 Pression absolue et pression effective

La *pression absolue* P est donnée par

$$P \equiv \frac{F}{A}, \quad (\text{en Pa} = \text{N/m}^2)$$

où F est la force de contact sur une surface d'aire A . Par exemple, si un cube repose au sol, F est son poids et A est l'aire de la surface de contact sur laquelle le cube repose. Un autre exemple, relié aux fluides que nous étudierons dans ce cours, est la force F exercée par l'eau d'un aquarium sur la surface d'aire A d'une de ses parois.

La pression atmosphérique dans l'air ambiant est

$$P_{\text{at}} = 101.3 \text{ kPa} = 14.7 \text{ lb/in}^2 \text{ (ou psi)} = 760 \text{ mm} \cdot \text{Hg}.$$

La *pression effective* P_g (en anglais, *gauge pressure*) est définie par

$$P_g \equiv P - P_{\text{at}}.$$

Ce concept est utile pour des contenants (ex. ballons, pneus) renfermant de l'air, car elle est la différence entre les pressions interne et externe. Dans ces cas, il faut utiliser $P_g \equiv \frac{F}{A}$.

4 Relation entre la pression et la profondeur

Si deux points dans un fluide de densité ρ sont séparés d'une distance verticale h , alors la pression inférieure P_{inf} est reliée à la pression supérieure P_{sup} par la relation

$$P_{\text{inf}} = P_{\text{sup}} + \rho gh.$$

Autrement dit, la pression du fluide augmente avec la profondeur.

5 Principe de Pascal

Une pression extérieure exercée sur un fluide dans un contenant fermé est transmise inchangée à tous les points de ce fluide.

6 Expérience courte: vitesse limite dans un fluide

Des objets qui se déplacent dans un fluide subissent l'action d'une force de frottement parfois proportionnelle à leur vitesse. On parle alors d'un *fluide visqueux*, et la force de frottement interne est reliée à la *viscosité* de ce fluide. Éventuellement, ces objets atteignent une vitesse constante, appelée *vitesse limite*. Dans le cadre de cette expérience¹, nous étudierons la relation entre la vitesse limite de balles d'acier qui tombent dans la glycérine et le rayon de ces balles. La valeur de la viscosité de la glycérine pourra être déterminée de cette relation.

Un petit objet de masse m qui tombe dans un fluide subit l'action de trois forces :

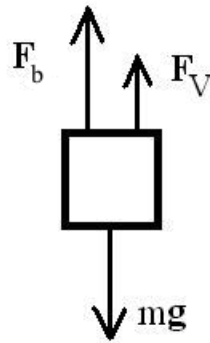


Figure 1. Forces sur une balle tombant dans un fluide visqueux.

Les deux forces dirigées vers le haut sont la poussée d'Archimède, \mathbf{F}_b , et la force de la viscosité, \mathbf{F}_V . La troisième force est le poids, $m\mathbf{g}$, dirigé vers le bas. L'accélération \mathbf{a} de la balle est donc donnée par

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - \mathbf{F}_V - \mathbf{F}_b. \quad (1)$$

Si on suppose que \mathbf{F}_V est proportionnelle à la vitesse v ,

$$F_V = \gamma v, \quad (\gamma \text{ constante}), \quad (2)$$

alors cette force augmente au fur et à mesure que le corps accélère vers le bas, ce qui provoque en retour une diminution de l'accélération, par l'équation (1). Ce processus continue jusqu'à ce que $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, et ainsi la balle atteint sa vitesse limite, v_l . L'équation (1) devient alors

$$mg = F_V + F_b = \gamma v_l + F_b. \quad (3)$$

¹Traduction partielle de: Experiment 12 - Terminal Velocity in a Fluid, *Physics Laboratory Manual- Phys 124/126*, Department of Physics, University of Alberta.

Pour une balle d'acier de rayon r qui tombe dans un fluide dont le coefficient de viscosité est η , la force de viscosité F_V est donnée par la loi de Stokes:

$$F_V = 6\pi\eta r v. \quad (4)$$

Donc, dans ce cas, on prend $\gamma = 6\pi\eta r$ dans l'équation (2).

Supposons que la balle ait une densité ρ , et le liquide, une densité ρ_f . La masse de la balle est

$$m = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi r^3,$$

et la force d'Archimède \mathbf{F}_b est égale au poids du liquide déplacé par ce volume:

$$F_b = \rho_f V g = \rho_f g \frac{4}{3}\pi r^3.$$

L'équation (3) devient alors

$$\frac{4}{3}\rho g \pi r^3 = \frac{4}{3}\rho_f g \pi r^3 + 6\pi\eta v_l r, \quad (5)$$

ce qui donne pour la vitesse limite,

$$v_l = \frac{2g(\rho - \rho_f)}{9\eta} r^2. \quad (6)$$

Le coefficient de viscosité η a comme unités N·sec/m², ou Pa·sec (en unités SI).

Expérience La vitesse limite est atteinte à environ 5 cm sous la surface supérieure du fluide. Les mesures de vitesse ne doivent donc pas être effectuées plus haut que ce point. Prenez aussi ces mesures à au moins 3 cm du fond du contenant.

1. Vous utiliserez des balles d'acier dont le rayon vaut 0.770, 0.990, 1.190, 1.570, 1.980, 2.370 mm. Négligez l'erreur. Les balles sont lâchées au centre du cylindre de glycérine en utilisant des pinces en plastique.
2. En commençant avec une balle de 0.770 mm, mesurez le temps t requis pour tomber d'une distance d (à votre choix) dans le cylindre de glycérine. Vous pouvez utiliser les deux étiquettes collées sur le cylindre.
3. Déterminez la vitesse limite $v_l = d/t$ de la balle qui tombe dans la glycérine.
4. Retirez les balles en les attirant vers la surface à l'aide d'un aimant. *Ne laissez pas les balles toucher à l'aimant*, sinon elles seront magnétisées. Prenez tout simplement les balles avec vos doigts (ou des pinces en plastique) lorsqu'elles atteignent la surface.
5. Nettoyez les balles dans un gobelet *avec du méthanol, et non de l'eau, pour ne pas les faire rouiller!* Rangez-les dans leurs bouteilles respectives. Vous pouvez ensuite vous laver les mains à l'eau car la glycérine est soluble dans l'eau.
6. Mesurez la densité ρ_f de la glycérine *après* que les lectures du temps de tous les différents diamètres aient été effectuées. L'hydromètre utilisé dans cette expérience a été calibré de façon à mesurer des densités variant de 1200 kg/m³ à 1400 kg/m³. Pour mesurer la densité de la glycérine, abaissez *lentement* l'hydromètre dans la glycérine et laissez-le flotter à sa position d'équilibre. Utilisez le niveau de la surface de la glycérine pour lire sur l'échelle de l'hydromètre.

7. La température de la glycérine devrait être la température de la pièce puisqu'elle y a été placée depuis quelques jours. Notez la température T de la pièce. La valeur du coefficient de viscosité η de la glycérine est $1.490 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ à 20°C et $0.954 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ à 25°C . La valeur de η peut être interpolée linéairement pour les température entre 20°C et 25°C :

$$\eta = \eta_{20^\circ\text{C}} + \left(\frac{\eta_{25^\circ\text{C}} - \eta_{20^\circ\text{C}}}{25^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} \right) (T - 20^\circ\text{C})$$

8. La densité ρ des balles d'acier est $(7.80 \pm 0.05) \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.
9. Les valeurs mesurées dans cette expérience sont le rayon r des balles et leurs vitesses limites respectives v_l . Comment l'équation (6) peut-elle être linéarisée pour produire une droite dont la pente permet de déterminer la viscosité η de la glycérine?