PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes **Automne 2002**
Professeur : Marc de Montigny
Examen final : lundi 16 décembre, de 9 h à midi
Matériel : aide-mémoire (fourni) et calculatrice
Remarque : Vous pouvez obtenir jusqu'à un maximum de 40 points sur les 50 points disponibles.

Question 1. (Maximum de 6.0 points) Énergie dans un OHS.

La position d'un bloc de 50 grammes attaché à un ressort horizontal ($k = 32$ N/m) est donnée par $x = 20 \cos \omega t$ cm. Trouvez : (a) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle à $t = 0.2T$, où T est la période ; (b) l'énergie mécanique totale ; (c) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle à $x = 10$ cm, et (d) les positions auxquelles l'énergie cinétique et l'énergie potentielle sont égales.

Question 2. (Maximum de 4.0 points) Intensité sonore.

Un haut-parleur a une puissance $P = 0.8$ W. On suppose qu'il se comporte comme une source ponctuelle, c.-à-d. qu'il émet uniformément dans toutes les directions. À quelle distance l'intensité du son correspond-elle à 85 dB?

Question 3. (Maximum de 3.5 points) Battements.

La note de musique *sol* est à sept demi-tons au-dessus du *do*, dont on donne la fréquence égale à 261.63 Hz. Dans la gamme *diatonique*, le rapport des fréquences est :

$$\frac{f_{sol}}{f_{do}} = \frac{3}{2}.$$

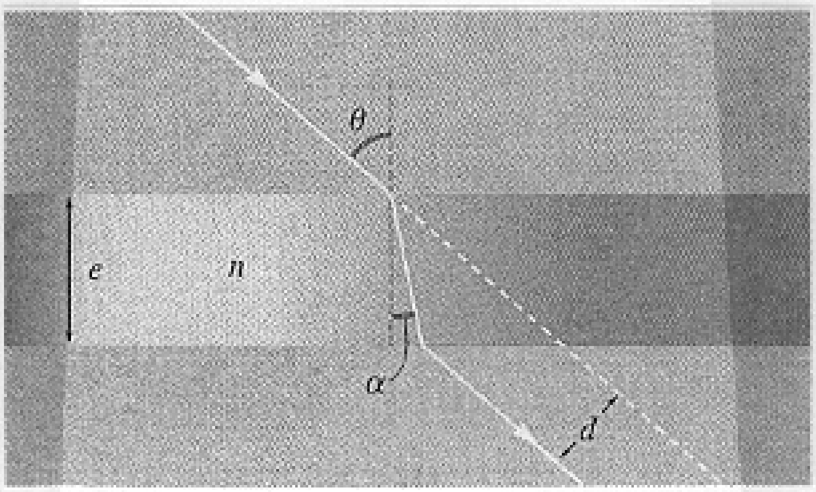
Dans la gamme *tempérée*, la fréquence augmente d'un facteur $\sqrt[12]{2}$ entre une note et le demi-ton plus haut suivant. Quelle serait la fréquence de battements entendue si les notes *sol* des deux gammes étaient jouées simultanément?

Question 4. (Maximum de 4.5 points) Ondes stationnaires.

Les fréquences de deux harmoniques consécutifs d'un tuyau de 45 cm de long sont de 929 Hz et 1300 Hz. (a) Déterminez si le tuyau est ouvert ou fermé. (b) Quelle est la vitesse de l'onde dans le tuyau? (c) Quelle est la température, en degrés Celsius, dans le tuyau?

Question 5. (Maximum de 5.5 points) Réfraction.

La figure ci-dessous représente un faisceau de lumière qui tombe sur une plaque de verre d'épaisseur e selon un angle θ. (a) Calculez la déviation latérale d que subit le faisceau en traversant la plaque, en fonction de e, θ et α. (b) Calculez d pour une lame d'épaisseur 5 mm, d'indice $n = 1.52$ et se trouvant dans le vide, avec le faisceau ayant un angle d'incidence $\theta = 30^o$.



Question 6. (Maximum de 4.0 points) Lentilles combinées.

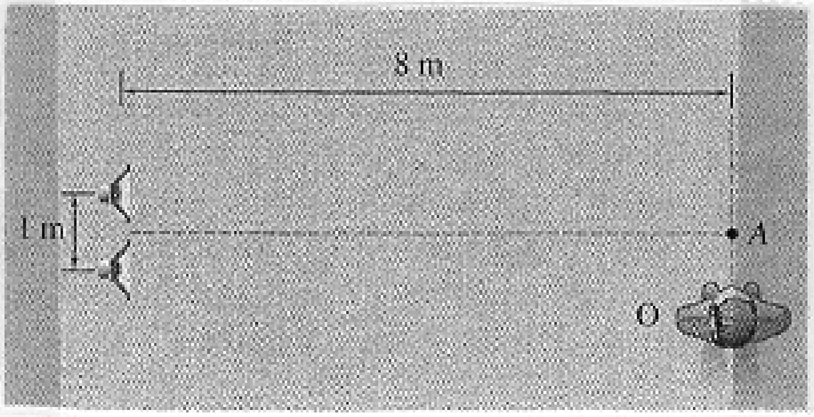
Une lentille convergente de distance focale 4 cm est située à 12 cm en avant d'une lentille divergente de distance focale -2 cm. Un petit objet se trouve à 8 cm devant la lentille convergente. Déterminez : (a) la position de l'image finale par rapport à la lentille *convergente* ; (b) le facteur grossissement de l'image finale ; (c) si l'image finale est réelle ou virtuelle, réduite ou agrandie, droite ou renversée.

Question 7. (Maximum de 4.5 points) Verres de contact.

Soit un oeil dont le *punctum remotum* est à 2 m. (a) Quelle puissance P, en dioptries, de verres de contact doit être utilisée pour le placer à l'infini? (b) Si le *punctum proximum* est à 25 cm avec ces lentilles, où est-il sans les verres?

Question 8. (Maximum de 4.0 points) Interférence de Young.

Deux haut-parleurs sont distants de 1 m et émettent un son de fréquence 1000 Hz en phase. Un auditeur O marche le long d'une droite parallèle à la droite joignant les haut-parleurs et distante de 8 m de celle-ci (figure ci-dessous). À partir du point A, quelle distance doit être franchie pour ne plus entendre le signal? Prenez 340 m/s comme vitesse du son, et utilisez l'approximation $\sin\theta \approx \tan\theta$.



Question 9. (Maximum de 4.5 points) Couches minces.

Soit une couche de MgF_2, dont $n = 1.38$, ayant une épaisseur de 8.3×10^{-5} cm, déposée sur du verre ($n = 1.6$). Si de la lumière blanche tombe perpendiculairement à la surface, quelles sont les longueurs d'onde qui sont absentes de la lumière réfléchie? Pour la lumière visible, nous avons $400 < \lambda < 750$ nm, environ.

Question 10. (Maximum de 5.5 points) Interférence et diffraction.

Dans l'expérience de Young, supposons qu'on observe en réalité $2n + 1$ (n entier) franges d'interférence constructive dans le maximum central de diffraction. La diffraction est causée par la largeur de chacune des deux fentes. Combien de franges brillantes trouve-t-on dans le premier maximum secondaire de diffraction, en termes de n?

Question 11. (Maximum de 4.0 points) Critère de Rayleigh.

Un satellite espion évoluant à 200 km au-dessus de la surface de la Terre doit pouvoir distinguer deux points distants de 20 cm sur la surface de la Terre. Dans des conditions idéales, quel est le diamètre minimal du miroir de son télescope (c.-à-d. une ouverture circulaire causant de la diffraction), si les observations sont effectuées pour de la lumière à 400 nm? Utilisez l'approximation $\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$.

Aide-mémoire

$E_i = E_f$ $\quad F = -kx$ $\quad f = \frac{1}{T}$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\omega = \sqrt{g/l}$ $\quad K = \frac{1}{2}mv^2$ $\quad U_g = mgh$ $\quad U_{ress} = \frac{1}{2}kx^2$

$E_{tot} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ $\quad g = 9.8\ m/s^2$ $\quad E_{tot} = K + U$

$x = A\cos\omega t$ $\quad v = -\omega A \sin\omega t$ $\quad \sin\theta = \frac{opp}{hyp}$ $\quad \cos\theta = \frac{adj}{hyp}$ $\quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$ $\quad f' = \frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} f$ $\quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$ $\quad \beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$ $\quad (I_0 = 10^{-12}\ W/m^2)$

$f_{bat} = |f_1 - f_2|$ $\quad v = \sqrt{F/\mu}$ $\quad \mu = m/L$ $\quad v = 20\sqrt{273 + T(°C)}$

$C = 2.99792458 \times 10^8 \frac{m}{s}$

$v = \sqrt{\frac{\gamma k T}{m}}$ $\quad f_n = \frac{nv}{2L}$ $\quad f_n = \frac{nv}{4L}$ $\quad n = \frac{c}{v}$

$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$ $\quad P = \frac{1}{f}$ $\quad m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$ $\quad f = \frac{1}{2}R$

$\delta = d\sin\theta$ $\quad \delta = m\lambda$ $\quad \delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ $\quad d\sin\theta = m\lambda$

$2t = m\lambda/n$ $\quad \tan\theta = \frac{y}{L}$ $\quad \frac{\phi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T}$

$2t = (m + 1/2)\lambda/n$

$W\sin\theta = m\lambda$ $\quad D\sin\theta = 1.22\lambda$ $\quad \theta_{min} \approx \frac{1.22\lambda}{D}$

ÉNERGIE DANS UN OHS

$m = 50\,g = 0.05\ kg$

$k = 32\ N/m$

$A = 20\ cm = 0.2\ m$

$x(t) = 0.2\cos\omega t\,, \quad v \overset{.5}{=} -\omega\, 0.2\sin\omega t$

$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{\dfrac{32}{0.05}} = 25.3\ rad/s$

$\omega t = 2\pi f t$

(a) $K \overset{.5}{=} \frac{1}{2}mv^2 \overset{.5}{=} \frac{1}{2}\, m\,\omega^2 (0.2)^2 \sin^2 \big(\overbrace{2\pi f t}^{2\pi f \frac{0.2}{f} \overset{.5}{=} 0.4\pi}\big)$

$t = 0.2T = \frac{0.2}{f} \qquad = \frac{1}{2}(0.05)(25.3)^2(0.2)^2\sin^2(0.4\pi)$

$\boxed{K = 0.579\ J \quad ou \quad 579\ mJ}$

$U \overset{.5}{=} \frac{1}{2}kx^2 \overset{.5}{=} \frac{1}{2}(32)\left(0.2\cos(0.4\pi)\right)^2$

$\boxed{U = 0.0611\ J \quad ou \quad 61.1\ mJ}$

(b) $E = K + U = 640\ mJ\ ; \quad ou \quad E \overset{.5}{=} \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(32)(0.2)^2 \overset{.5}{=} \boxed{0.640\ J \quad ou \quad 640\ mJ}$

(c) $U = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}(32)(0.1)^2 \overset{.5}{=} \boxed{0.160\ J \quad ou \quad 160\ mJ}$

$K = E - U = 640 - 160 \overset{.5}{=} \boxed{480\ mJ \quad ou \quad 0.480\ J}$

(d) $E = 2K$ ou $2U$ car $K = U$ .5

$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$

$x^2 \overset{.5}{=} \frac{1}{2}A^2 \qquad x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}A = \boxed{\pm 14.1\ cm \ \text{ou}\ \pm 0.141\ m}$

Intensité sonore

$P = 0.8\ W$

$\beta = 85\ dB$

$I \stackrel{.5}{=} P/4\pi r^2$

$r^2 \stackrel{.5}{=} P/4\pi I$

$\beta \stackrel{.5}{=} 10 \log \frac{I}{I_0}$

$\frac{\beta}{10} = \log \frac{I}{I_0}$

$I_0 \stackrel{.5}{=} 10^{-12}\ W/m^2$

$I \stackrel{.5}{=} I_0 \times 10^{\beta/10}$

$$r \stackrel{.5}{=} \sqrt{\frac{P}{4\pi\, I_0\, 10^{\beta/10}}} \stackrel{.5}{=} \sqrt{\frac{0.8}{4\pi\, 10^{-12}\, 10^{8.5}}} \stackrel{.5}{=} \boxed{14.2\ m}$$

Battements

$f_{do} = 261.63\ Hz$

$f_{sol\ dia} = \frac{3}{2} f_{do} \stackrel{1.5}{=} 392.445$

$f_{sol\ temp} = \left(\sqrt[12]{2}\right)^7 f_{do} \stackrel{1.5}{=} 392.002$

$$\boxed{f_{batt} \stackrel{.5}{=} f_{dia} - f_{temp} = 0.443\ Hz}$$

Ondes stationnaires

$f_n = \dfrac{nv}{2L}$ $\quad n = 1, 2, 3 \ldots$ $\quad$ (ouvert) $\rightarrow$ $\dfrac{f_{n+1}}{f_n} = \dfrac{1300}{929} = \dfrac{n+1}{n}$, $\quad (1300 - 929)n = 929$

$n \overset{5}{=} 2.5$ non!

$f_n = \dfrac{nv}{4L}$ $\quad n = 1, 3, 5 \ldots$ $\quad$ (fermé) $\rightarrow$ $\dfrac{f_{n+2}}{f_n} = \dfrac{1300}{929} = \dfrac{n+2}{n}$, $\quad (1300 - 929)n = 2 \times 929$

$n \overset{5}{=} 5$ Entier, ok!

$L = 0.45\ m$

(a) $\boxed{\text{tuyau fermé}}$

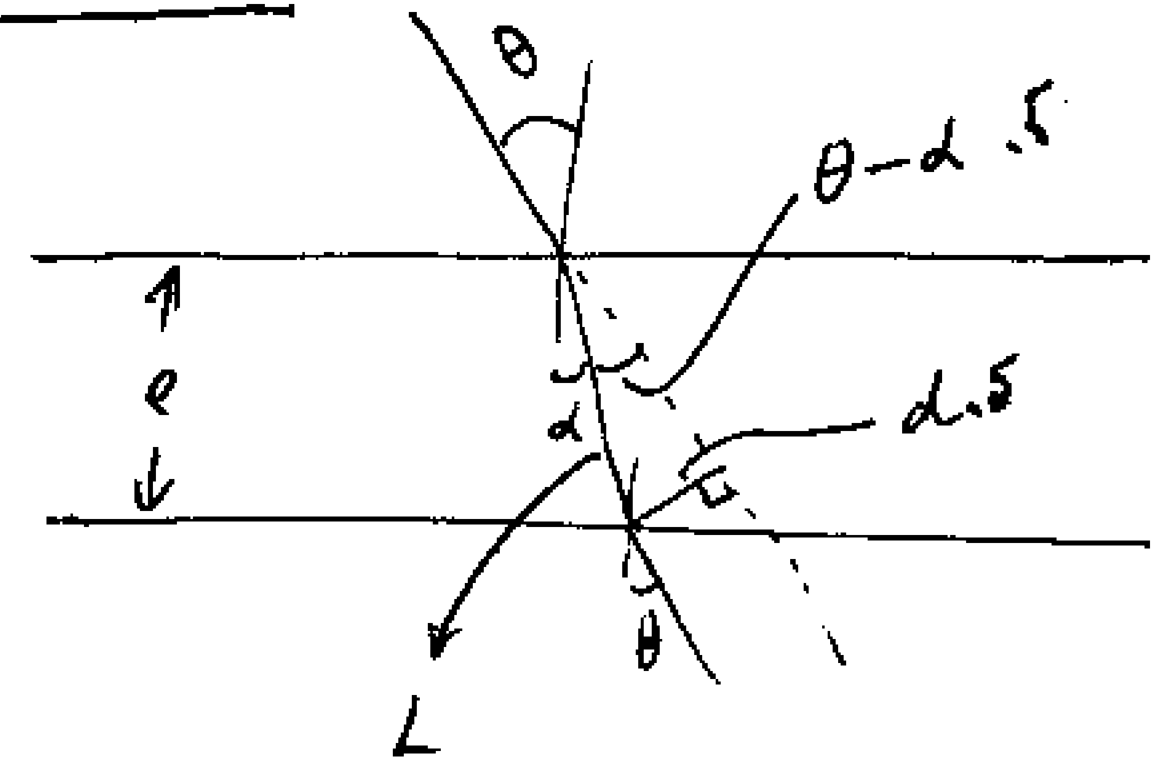
(b) $f_5 \overset{5}{=} \dfrac{5v}{4L}$ $\qquad v \overset{5}{=} \dfrac{4L f_5}{5} = \dfrac{4(0.45)(929)}{5} \overset{5}{=} \boxed{334\ m/s}$

(c) $v \overset{5}{=} 20\sqrt{T[°C] + 273}$

$T[°C] \overset{5}{=} \dfrac{v^2}{20^2} - 273 \overset{5}{=} \boxed{5.89\ °C}$

Refraction

(a)
/3



$\sin\theta = n \sin\alpha$ (inutile en partie (a)!)

$\sin(\theta-\alpha) \overset{.75}{=} \dfrac{d}{L}$

$\cos\alpha \overset{.75}{=} \dfrac{e}{L}$ $\qquad L = \dfrac{e}{\cos\alpha}$

$$\boxed{d \overset{.5}{=} \frac{e \sin(\theta-\alpha)}{\cos\alpha}}$$

(b)
/2.5

$e \overset{.25}{=} 5\times10^{-3}\,m = 5\,mm$

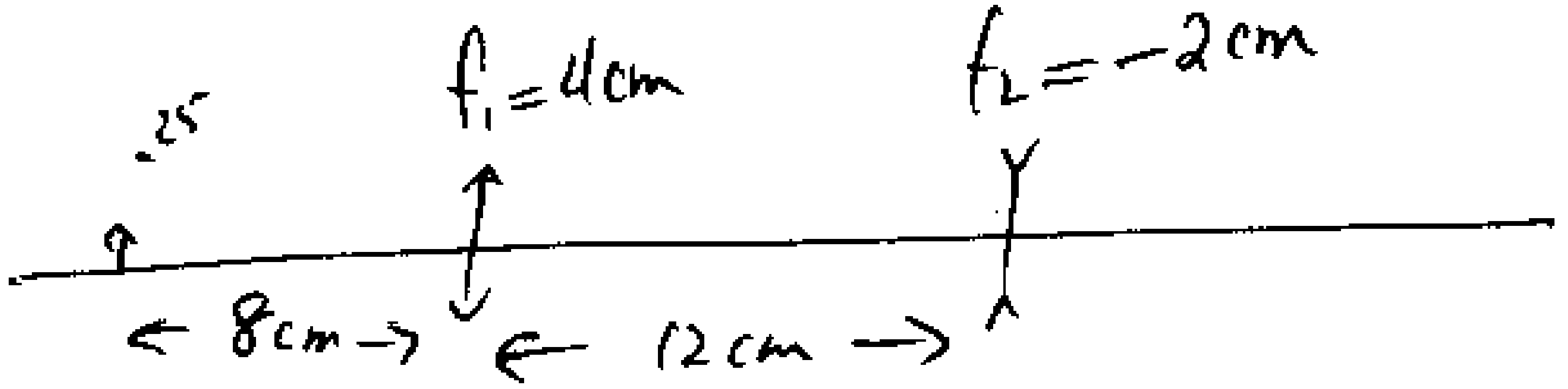
$n \overset{.25}{=} 1.52$ $\qquad \sin\alpha \overset{.75}{=} \dfrac{\sin 30^\circ}{1.52}$ $\qquad \alpha \overset{.25}{=} 19.2^\circ$

$\theta \overset{.25}{=} 30^\circ$

$$d \overset{.5}{=} \frac{5 \sin(30^\circ-19.2^\circ)}{\cos 19.2^\circ} \overset{.25}{=} \boxed{0.992\,mm}$$

Lentilles combinées

notation: $p = d_o$, $q = d_i$



(a) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ .25

/2.25

$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1} \overset{.25}{=} \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \Rightarrow q_1 \overset{.5}{=} 8cm$ donc $p_2 \overset{.25}{=} +4 cm$

$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} \overset{.25}{=} \frac{1}{-2} - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow q_2 \overset{.25}{=} -\frac{4}{3} = -1.33 cm$ .25

↳ à 1.33cm à gauche de L_2

donc à $12 - 1.33 \overset{.25}{=}$ 10.7cm à droite (derrière) de la lentille convergente

/.75 (b) $m \overset{.25}{=} m_1 m_2 \overset{.25}{=} \frac{q_1}{p_1} \frac{q_2}{p_2} = \frac{8}{8} \frac{-1.33}{4} \overset{.25}{=} -\frac{1}{3}$

/1 (c) $q_2 < 0$ .25 : virtuelle .25, réduite .25 et renversée .25

OEIL

(a) $\left.\begin{array}{l} p = \infty \\ q = -2\,m \end{array}\right\}$ $P = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{\infty} + \dfrac{1}{-2} = \boxed{-0.5 \text{ dioptries}}$ 1

.5

$f = -2\,m = -200$ cm

(b) objet à 25 cm, image au punctum proximum de l'oeil 1

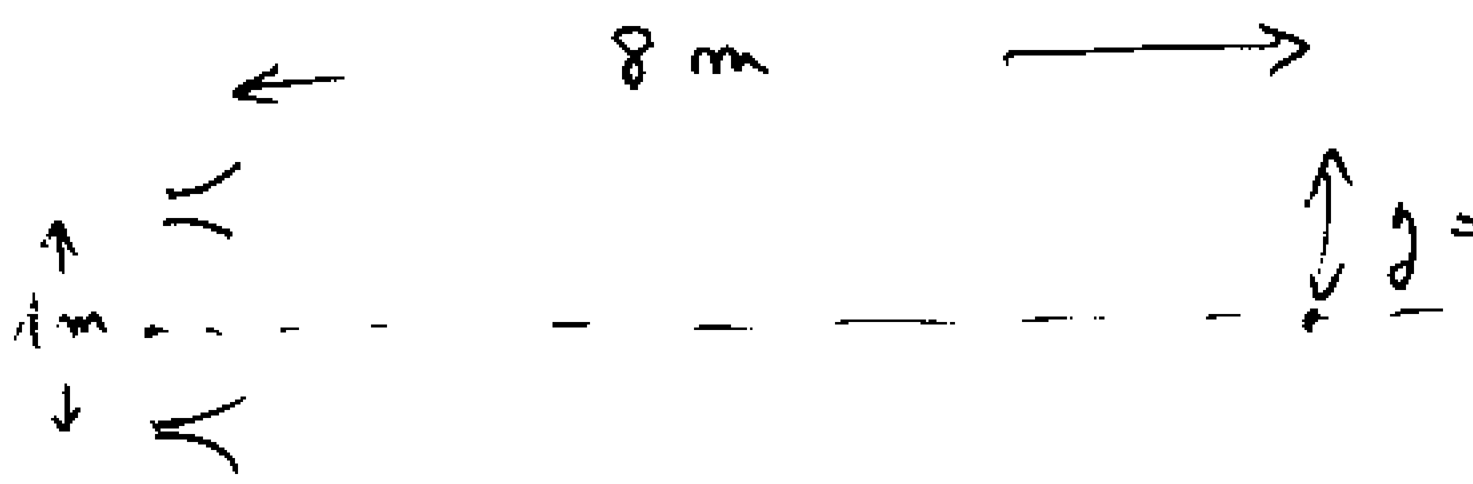
$p = 25$ cm $\quad q = ? \quad f = -200$ cm .5

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{200} - \frac{1}{25} = \frac{8+1}{-200} \Rightarrow q = -\frac{200}{9} = -22.2 \text{ cm}$$

$\boxed{\text{à } 22.2 \text{ cm de l'oeil}}$ .5

vaut mieux enlever les lunettes
pour voir de proche.

INTERFERENCE DE YOUNG



$f = 1000\,\text{Hz}$

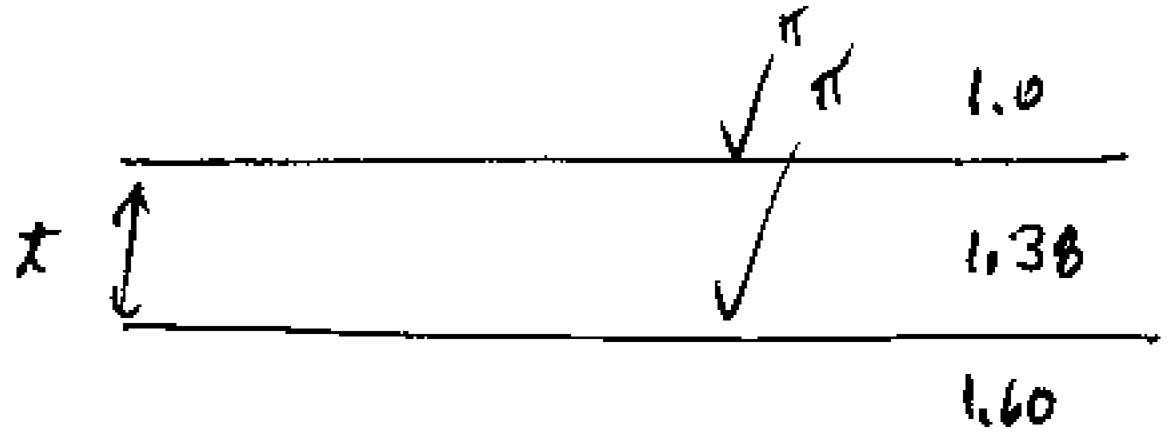
$y = ?$ pour le premier minimum

$$\lambda \overset{.5}{\simeq} \frac{v}{f} = \frac{340\,\text{m/s}}{1000\,\text{/s}} \overset{5}{\simeq} 0.340\,\text{m}$$

min : $d\sin\theta \overset{.5}{=} (m+\tfrac{1}{2})\lambda \overset{5}{\simeq} \tfrac{1}{2}\lambda$ pour le premier.

$$\tan\theta = y/L \qquad y \overset{5}{=} L\tan\theta \simeq L\sin\theta \overset{.5}{=} L\frac{\lambda}{2d} \overset{.5}{=} \frac{8\,(0.340)}{2\,(1)} \overset{5}{=} \boxed{1.36\,\text{m}}$$

Couches minces



$t = 8.3 \times 10^{-5}\,\text{cm} = 8.3 \times 10^{-7}\,\text{m}$
$= 830\,\text{nm}$

'absentes' $\overset{?.5}{=}$ min : $2t \overset{1.5}{=} (m + 1/2)\dfrac{\lambda}{n}$ ← 1.38

$\lambda \overset{1.0}{=} \dfrac{2nt}{m + 1/2} \overset{.5}{=} \dfrac{2291}{m + 1/2}$ nm

n: 1.38; t: 8.3×10^{-7}

$m + 1/2$ → 0.5, 1.5, 2.5, 3.5

$$\boxed{\lambda \overset{1.0}{=} 417\,\text{nm},\ 509\,\text{nm et } 655\,\text{nm}}$$

les suivants sont $\lambda = 352$ $(m=6)$
$\lambda = 916$ $(m=2)$

INTERFERENCE et diffraction

$\underbrace{\quad}_{n}$ $m_d \overset{S}{=} 1$, $m_i \overset{S}{=} n+1$

$2n+1$ franges d'interférences dans le max principal.

$$\left.\begin{aligned} d \sin\theta &\overset{S}{=} m_i \lambda \\ a \sin\theta &\overset{S}{=} m_d \lambda \end{aligned}\right\} \quad \frac{d}{a} = \frac{n+1}{1} \qquad d \overset{S}{=} (n+1)\, a$$

$m_i = ?$ au $m_d \overset{S}{=} 2$

$$\left.\begin{aligned} (n+1)\, a \sin\theta &\overset{S}{=} m_i \lambda \\ a \sin\theta &\overset{S}{=} 2\lambda \end{aligned}\right\} \quad (n+1) = \frac{m_i}{2} \qquad m_i \overset{S}{=} 2(n+1)$$

on a donc $2(n+1) \overset{S}{-} \left[(n+1) + 1\right] = 2n + 2 - n - 1 \cancel{-1} \overset{S}{=} n$

$\boxed{n \text{ franges dans le max secondaire}}$

Critère de Rayleigh

$L = 200 \text{ km} = 2 \times 10^{5} \text{ m}$

$a = ?$

$\lambda = 400 \text{ nm} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$

$d = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$

$$a \sin\theta \overset{!}{=} 1.22\lambda$$

$$a \overset{!}{\simeq} \frac{1.22\lambda}{\tan\theta} \simeq \frac{1.22 \overbrace{\lambda}^{4\times10^{-7}\text{ m}} \overbrace{L}^{2\times10^{5}\text{ m}}}{\underbrace{d}_{0.2\text{ m}}} \overset{!}{=} \boxed{\begin{matrix}0.488\text{ m}\\ 48.8\text{ cm}\end{matrix}}$$

$$\tan\theta \overset{!}{\simeq} d/L$$