

**Nom** \_\_\_\_\_ **SOLUTIONS** \_\_\_\_\_

**Numéro de l'étudiant.e** \_\_\_\_\_

**Professeur**

Marc de Montigny

**Date**

Jeudi 13 novembre 2014, de 8h30 à 9h50

## **Instructions**

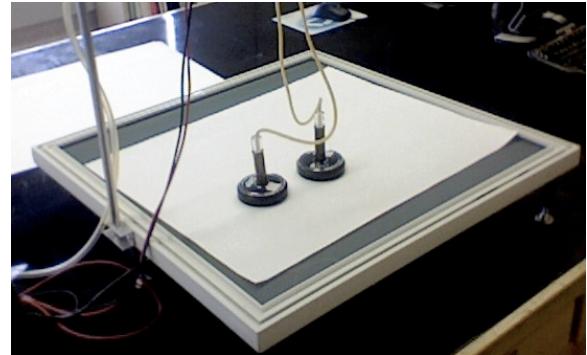
- Ce cahier contient **6 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne le corrigera pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **20 points** et compte pour **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **5 problèmes**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- L'examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire dont vous aurez complété *seulement le recto* avec d'autres formules. Vous perdrez 4/20 si (1) vous ne retournez pas cet aide-mémoire avec l'examen, (2) vous y avez inclus des solutions, ou (3) s'il y a des équations au verso de la feuille.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas  
à me le demander !**

### Question 1. [4.0 points] Collisions et quantité de mouvement

Lors de la collision de deux rondelles sur une table sans friction, une rondelle 1, de masse  $m_1 = 0.25 \text{ kg}$ , se déplace vers l'axe  $+x$  à une vitesse  $u_1 = 4.0 \text{ m/s}$  et frappe une rondelle 2 de masse  $m_2 = 0.30 \text{ kg}$ , initialement au repos. Après la collision, la rondelle 1 est déviée de  $+50^\circ$  par rapport à l'axe  $+x$  et sa vitesse est  $v_1 = 2.0 \text{ m/s}$ .

- A. Quelles sont la *grandeur* et la *direction* de la rondelle 2 après la collision ?
- B. Est-ce que la collision est élastique ? Pourquoi ?



#### Solution

A. Direction  $x$  :  $m_1 u_1 = m_1 v_1 \cos 50^\circ + m_2 v_2 \cos \theta$  donne

$$v_2 \cos \theta = \frac{m_1 u_1 - m_1 v_1 \cos 50^\circ}{m_2} = \frac{(0.25)(4.0) - (0.25)(2.0) \cos 50^\circ}{0.30} = 2.262 \text{ m/s}$$

Direction  $y$  :  $0 = m_1 v_1 \sin 50^\circ + m_2 v_2 \sin \theta$ ,  $v_2 \sin \theta = -\frac{m_1}{m_2} v_1 \sin 50^\circ = -1.277 \text{ m/s}$

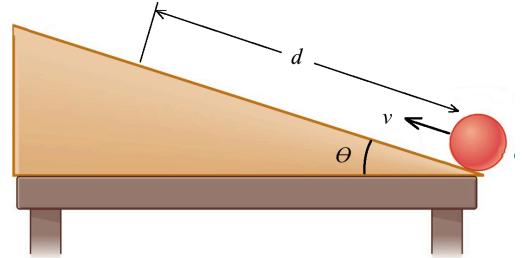
On trouve donc  $v_2 = \sqrt{2.262^2 + 1.277^2} = 2.60 \text{ m/s}$

à un angle  $\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{1.277}{2.262}\right) = -29^\circ$  sous l'axe  $x$ .

B.  $K_i = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = 2.0 \text{ J}$  et  $K_f = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 1.5 \text{ J}$ . Comme  $K$  n'est pas conservée, la collision n'est pas élastique.

## Question 2. [4.5 points] Conservation de l'énergie

Une sphère vide, de masse  $M$ , de rayon  $R$  et dont le moment d'inertie est  $I = \frac{2}{3}MR^2$ , roule sans glisser vers le haut d'un plan incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. La vitesse initiale est  $v$ .



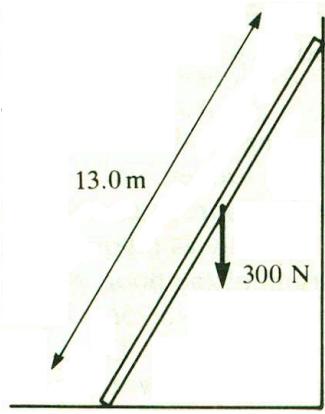
- A. Quelle est la distance d'arrêt  $d$  en termes des variables données ci-dessus?
- B. Que vaut cette distance si  $M = 2.40 \text{ kg}$ ,  $R = 11.0 \text{ cm}$ ,  $v = 35.0 \text{ cm/s}$  et  $\theta = 30^\circ$ ?
- C. Si on double la masse, comme cela affectera-t-il la distance  $d$ ?
- D. Au point inférieur, là où la vitesse est  $v$ , quel est le rapport de l'énergie cinétique de rotation sur l'énergie cinétique de translation?

### Solution

- A. L'énergie cinétique (translation et rotation) initiale est transformée en énergie potentielle. On a donc  $Mg(d \sin \theta) = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{5}{6}Mv^2$  et la distance parcourue est donc  $d = \frac{5v^2}{6g \sin \theta}$
- B.  $d = \frac{5v^2}{6g \sin \theta} = \frac{5(0.35)^2}{6(9.81)\sin(30^\circ)} = 2.08 \text{ cm}$
- C.  $d$  ne dépend pas de la masse
- D.  $\frac{K_{rot}}{K_{trans}} = \frac{\frac{1}{3}Mv^2}{\frac{1}{2}Mv^2} = \frac{2}{3}$

### Question 3. [3.5 points] Équilibre statique

Une échelle uniforme de longueur 13.0 m et de poids 300 N est appuyée contre un mur. Négligez la friction entre l'échelle et le mur, mais prenez un coefficient statique  $\mu_s = 0.750$  entre l'échelle et le sol. Supposez qu'on éloigne lentement le bas de l'échelle vers la gauche. Pour quel angle, entre l'échelle et le sol, l'échelle ne sera plus soutenue par la friction statique et tombera au sol ?



#### Solution

Forces horizontales :  $N_{mur} = f_{s,\max}$  (max car elle est sur le point de glisser)

Forces verticales :  $N_{sol} = mg$  qui donne  $N_{mur} = \mu_s N_{sol} = \mu_s mg$

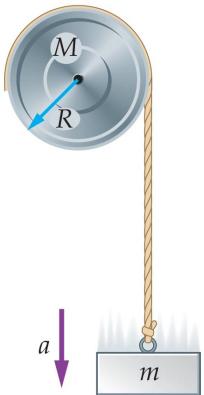
Moments de forces (axe au sol) :  $\frac{L}{2}mg \cos \theta - N_{mur} L \sin \theta = 0$

On trouve  $\frac{L}{2}mg \cos \theta - \mu_s mg L \sin \theta = 0$ , qui donne  $\tan \theta = \frac{1}{2\mu_s}$  d'où  $\theta = 33.7^\circ$ .

**Question 4. [4.5 points] Dynamique et cinématique de rotation**

Un bloc de masse  $m = 0.755 \text{ kg}$  est attaché à une poulie ( $I = \frac{1}{2} MR^2$ ) dont le rayon est  $R = 0.142 \text{ m}$  et la masse est  $M = 0.234 \text{ kg}$ . La corde a une masse négligeable et ne glisse pas sur la poulie. Initialement, le système est au repos, puis on laisse tomber le bloc.

- A. Quelle est l'accélération du bloc ?
- B. Quelle est l'accélération angulaire de la poulie ?
- C. Combien de tours la poulie aura-t-elle effectué 1.20 secondes après le début de la chute ?
- D. Quelle sera alors la vitesse angulaire de la poulie ?



**Solution**

$$\text{A. } \sum \tau = RT = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R} \text{ donne } T = \frac{1}{2}Ma$$

$$\sum F_y : T - mg = -ma \text{ donne } \frac{1}{2}Ma - mg = -ma$$

$$\text{d'où } a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} = \frac{(0.755)9.81}{0.755 + \frac{0.234}{2}} = 8.49 \text{ m/s}^2$$

$$\text{B. } \alpha = \frac{a}{R} = \frac{8.49}{0.142} = 59.8 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{C. } \Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}(59.8)(1.20)^2 = 43.1 \text{ rad} = 6.85 \text{ tours}$$

$$\text{D. } \omega = \alpha t = (59.8)(1.20) = 71.8 \text{ rad/s}$$

### Question 5. [3.5 points] Moment angulaire

Un étudiant se tient debout sur une plaque tournante sans friction. Initialement, l'étudiant ne tourne pas et tient une roue, de sorte que le plan de celle-ci soit horizontal. Les moments d'inertie sont  $I_{\text{étudiant}} = 0.64 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  et  $I_{\text{roue}} = 0.11 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . À un instant, un professeur fait tourner la roue sur elle-même à 25 rad/s.

- A. Si l'étudiant renverse la roue de  $180^\circ$ , à quelle vitesse angulaire et dans quel sens se mettra-t-il à tourner ? (Remarquez que la roue gardera sa vitesse initiale, mais dans le sens inverse.)
- B. Quelle est l'énergie cinétique initiale de la roue ?
- C. Quelle est l'énergie cinétique finale du système ?



### Solution

- A. On applique  $L_i = L_f$ , qui devient  $I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}} = I_{\text{étudiant}}\omega_{\text{étudiant}} - I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}}$ , car la roue garde sa vitesse, mais dans le sens inverse. On a donc  $I_{\text{étudiant}}\omega_{\text{étudiant}} = 2I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}}$  et

$$\omega_{\text{étudiant}} = \frac{2I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}}}{I_{\text{étudiant}}} = \frac{2(0.11)(25)}{0.64} = 8.6 \text{ rad/s dans le sens initial de la roue.}$$

- B.  $K_i = \frac{1}{2}I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}}^2 = \frac{1}{2}(0.11)(25)^2 = 34 \text{ J}$

- C.  $K_f = \frac{1}{2}I_{\text{roue}}\omega_{\text{roue}}^2 + \frac{1}{2}I_{\text{étudiant}}\omega_{\text{étudiant}}^2 = \frac{1}{2}(0.11)(25)^2 + \frac{1}{2}(0.64)(8.6)^2 = 58 \text{ J}$