COLLISIONS EN DEUX DIMENSIONS (SÉMINAIRE)

1 Impulsion et quantité de mouvement

La deuxième loi de Newton, qui relie l'accélération $\mathbf{a}$ d'un objet de masse m à la somme des forces qui agissent sur cet objet,

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}, \tag{1}$$

peut être écrite sous la forme

$$\sum \mathbf{F} = m\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t},$$

en utilisant la définition de l'accélération, $\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$. On voit donc que

$$\sum \mathbf{F}\Delta t = m\Delta \mathbf{v}. \tag{2}$$

Si on définit l'*impulsion* $\mathbf{I}$, que subit cet objet pendant un intervalle de temps Δt, comme étant

$$\mathbf{I} \equiv \sum \mathbf{F}\Delta t,$$

et la *quantité de mouvement* $\mathbf{p}$ d'un objet de masse m et de vitesse vectorielle $\mathbf{v}$ par

$$\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v},$$

alors l'équation (2) peut se lire

$$\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_{\text{final}} - \mathbf{p}_{\text{inital}}.$$

C'est le *théorème reliant l'impulsion et la quantité de mouvement.* Son contenu physique est essentiellement le même que l'équation (1).

L'équation (2) peut aussi se lire

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}. \tag{3}$$

2 Conservation de la quantité de mouvement

L'équation (3) est valide pour un objet unique. Si nous considérons plusieurs objets, numérotés 1, 2, ..., N, et que nous représentons la quantité de mouvement totale par

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \cdots + \mathbf{p}_N,$$

alors l'équation (3) pour la somme des objets devient

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t}.$$

Seule la somme des forces *externes* (c.-à-d. autres que les forces *internes* entre les objets eux-mêmes) contribue, car les forces internes s'annulent deux à deux par la troisième loi de Newton.

Si les forces externes (ex. friction, air, gravité) sont négligeables, le système est dit *isolé*, et l'équation précédente donne alors

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{0},$$

autrement dit,

$$\mathbf{P}_{\text{initial}} = \mathbf{P}_{\text{final}}. \tag{4}$$

Dans le cas d'une collision entre deux objets, illustrée à la Figure 1, ci-dessous,

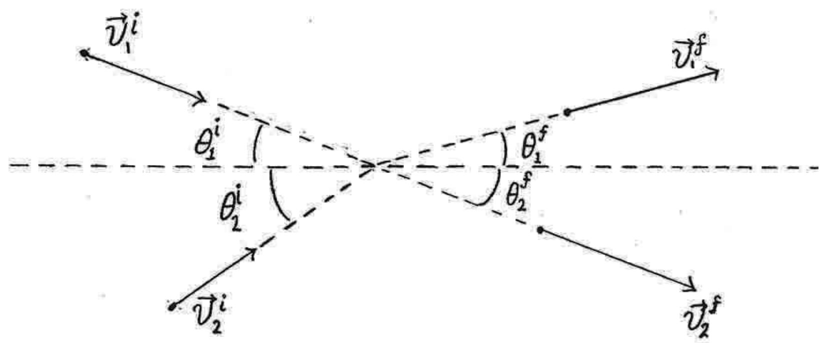

Figure 1. Schéma d'une collision.

l'équation (4) devient

$$m_1\mathbf{v}_1^i + m_2\mathbf{v}_2^i = m_1\mathbf{v}_1^f + m_2\mathbf{v}_2^f,$$

que l'on peut écrire sous forme de composantes:

$$\begin{aligned} m_1 v_{1x}^i + m_2 v_{2x}^i &= m_1 v_{1x}^f + m_2 v_{2x}^f, \\ m_1 v_{1y}^i + m_2 v_{2y}^i &= m_1 v_{1y}^f + m_2 v_{2y}^f. \end{aligned} \tag{5}$$

3 Collisions élastiques versus inélastiques

Une collision est dite *élastique* lorsque, en plus de la quantité de mouvement totale, l'énergie cinétique totale du système est conservée elle aussi. C'est donc dire qu'il n'y a pas de perte de l'énergie cinétique initiale sous forme de chaleur, ni de transfert en énergie potentielle (due à la déformation des objets), etc. L'énergie reste donc sous forme d'énergie cinétique.

Ainsi, il faut que la relation $K_{\text{initiale}} = K_{\text{finale}}$ soit également vérifiée:

$$\frac{1}{2}m_1\left(v_1^i\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(v_2^i\right)^2 = \frac{1}{2}m_1\left(v_1^f\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(v_2^f\right)^2. \tag{6}$$

Remarquez qu'il est beaucoup plus facile de vérifier si l'équation (6) est satisfaite ou non, que l'équation (5) car cette dernière contient des composantes, qu'il faut déterminer avec une règle et un rapporteur d'angle. Par contre, pour l'équation (6), vous n'avez besoin que d'une règle pour mesurer seulement la vitesse.